차 례

머리말 3

제1장. 자연수 4

제1절. 자연수와 그 산법 5
제2절. 약수와 배수 17
제3절. 나머지 다루기 25
제4절. 씨인수분해 29
복습문제 36

제2장. 옹근수 39

제1절. 정수와 부수 40
제2절. 옹근수의 더하기와 덜기 49
제3절. 옹근수의 곱하기와 나누기 56
복습문제 64

제3장. 도형 68

제1절. 도형 69
제2절. 직선과 선분 73
제3절. 각 83
제4절. 수직과 평행 91
복습문제 103

제4장. 유리수 108

제1절. 분수 109
제2절. 더하기와 덜기 119
제3절. 곱하기와 나누기 125
제4절. 분수와 소수 134
제5절. 퍼센트 148
복습문제 158

제5장. 여러가지 식 163

제1절. 글자와 식의 값 164
제2절. 한마디식과 여러마디식 171
제3절. 여러마디식의 더하기와 덜기 181
제4절. 방정식과 안갈기식 186
복습문제 205

제6장. 도형의 이동 208

제1절. 이동과 합동 209
제2절. 평행이동과 회전이동 214
제3절. 축대칭이동 221
복습문제 225

제7장. 3각형 228

제1절. 다각형 229
제2절. 3각형 235
복습문제 247

제8장. 4각형 250

제1절. 4각형 251
제2절. 평행4변형 253
제3절. 각기둥 259
복습문제 261

제9장. 여러가지 진법 265

제1절. 10진법과 2진법 266
제2절. 8진법과 16진법 275
복습문제 281

찾아보기 283

상 식

아라비아수자	7
수학의 왕 가우스의 기발한 계산	10
에라스토테네스의 채질	36
각의 단위의 유래	89
분수의 발생	117
퍼센트와 그 기호의 유래	150
같기기호와 안같기기호의 유래	189
우리 나라 수학자 리규경	225
B.C.700년에 알려진 도형지식	245

머 리 말

위대한 령도자 **김정일**원수님께서는 다음과 같이 말씀하시였다.

《수학은 모든 자연과학의 기초로 될뿐아니라 사회현상을 연구하는데서도 중요한 수단으로 됩니다. 수학교육을 강화하는것은 자라나는 새 세대들의 과학적인 사고능력을 키워주는데서 중요한 의의를 가집니다.》

정보산업시대, 과학과 기술의 시대인 오늘 수학의 지식과 방법을 모르고서는 현대과학과 기술을 배울수도 없고 발전시킬수도 없다. 바로 그렇기때문에 수학은 모든 자연과학의 기초로 될뿐아니라 사회현상을 연구하는데서도 중요한 수단으로 된다.

수학은 반만년의 가장 오랜 력사를 가진 과학이다.

시대의 변천에 따르는 사람들의 생활과 실천의 요구로부터 수와 도형에 관한 단편적인 지식의 축적으로 발생한 수학은 오늘날 모든 과학과 기술의 기초로 되는 현대수학으로까지 발전하여왔다.

지금 수학은 3대과학분야인 수학과학, 자연과학, 사회과학의 한 부문으로 되고있다.

수학은 사색을 요구하는 창조적인 과학이다. 수학을 잘 배워 그 방법을 잘 익히면 머리가 트이고 모든 사물현상을 조리있게 보고 판단하는 힘이 생기며 과학적인 사고능력을 키울수 있다.

아무리 복잡한 수학공식이나 원리라고 하여도 자기 머리로 사고하고 처음부터 리치를 차근차근 따져가면 그것을 확고하게 습득할수 있다. 또한 깊은 지식을 습득하고 수학적지능을 키워나가면 아무리 복잡한 문제라도 쉽게 풀수 있으며 새로운 공식도 발견할수 있다.

1학년 수학에서는 앞으로의 학습의 기초로 되는 자연수, 옹근수, 유리수의 사칙산법과 그 성질, 간단한 도형들에 대한 기초적인 개념들에 대한 지식과 그것을 다루는 방법들을 배운다.

우리는 위대한 령도자 **김정일**원수님의 뜨거운 사랑과 배려를 가슴깊이 간직하고 조선을 위하여 배우고 또 배워 선군시대의 요구에 맞게 사회주의강성대국건설에 이바지할수 있는 수학지식과 방법을 소유하기 위하여 적극 노력하여야 한다.

제1장. 자연수

N, 1, 2, 3, …

자연수와 그 산법

약수와 배수

나머지 다루기

씨인수분해

$1+2+\cdots+n=?$

제1절. 자연수와 그 산법

1. 0과 자연수

알아보기 다음 글에 나오는 수들은 개수를 나타내는가 차례를 나타내는가?

《세계 204개 나라와 지역에서 온 2 000여명의 선수들이 참가한 제7차 세계륙상선수권대회 녀자마라손경기에서 우리나라 정성옥선수는 단연 1등을 하였다.》

수 1, 2, 3, 4, 5, …은 물건의 개수나 차례를 나타내는데 쓴다.

수 1, 2, 3, 4, 5, …를 **자연수**라고 부른다.

자연수전체의 모임을 N으로 표시한다.

자연수에서 가장 작은 수는 1이다. 자연수는 끝없이 많으므로 제일 큰 수를 말할수 없다.

물건의 개수를 세거나 량을 잴 때 하나로 보는 량을 **단위**라고 부른다.

례 목란꽃 5송이: 단위 1송이
15cm: 단위 1cm

알아보기 1이 몇개 모이면 10이 되는가? 10이 몇개 모이면 100, 100이 몇개 모이면 1 000이 되는가?

하나가 10개 모이면 열, 열이 10개 모이면 백, … 이런 식으로 열씩 모이면 그 웃단위로 올려서 수를 적는 방법을 **10진법**, 10진법으로 표시한 수를 **10진수**라고 부른다.

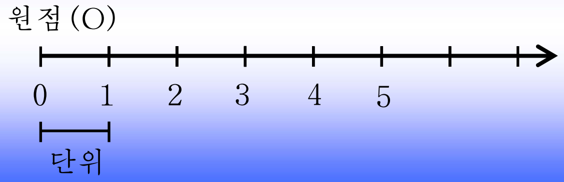
10진수 2 635는 천이 2, 백이 6, 열이 3, 하나가 5인 수이다.

$$2635=2\times1000+6\times100+3\times10+5\times1$$

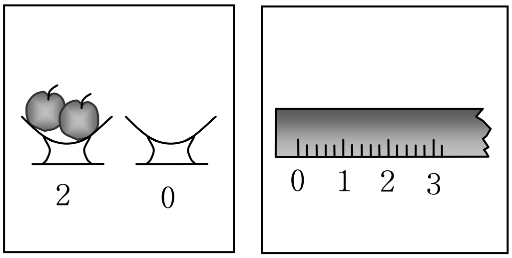
해보기 직선을 긋고 점 O를 표시한 다음 오른쪽으로 향하는 화살표시를 하여라.

그리고 1cm(단위)씩 끊어나가면서 10까지 수를 표시하여라.

수들을 표시하기 위하여 원점 O와 단위, 방향을 정해놓은 직선을 **수축**이라고 부른다.



알아보기 그림에서 0은 무엇을 나타내는가?



백의 자리	열의 자리	하나의 자리
3	0	2

그림 1-1

0은 물건이 한개도 없다는것, 시작점(기준), 빈자리를 나타낸다.

0과 자연수는 옹근수이다.

문 제

1. 다음 글에 나오는 수는 개수를 나타내는가 차례를 나타내는가?
   1) 천리마거리 3호동 아빠트 6현관 6층 3호집에서는 5명의 식구가 20년동안 살고있다.
   2) 2중영예의 붉은기학급인 1학년 2반 학생 36명가운데 1차 수학경연에서 2명이 1등, 3명이 2등을 하였고 2차 수학경연에서는 2명이 1등, 5명이 2등, 3명이 3등을 하였다.
2. 그림 1-2에 있는 수들은 개수를 나타내는가 차례를 나타내는가?

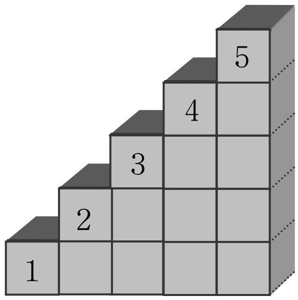


그림 1-2

3. 다음 수에서 매 자리수들의 단위를 말하여라.

1) 28 072 613　　　2) 17t 75g　　　3) 3일 21시간 20분

4. □안에 알맞는 수를 써넣어라.

1km=□m	1m=□cm	15cm=□mm	5t=□kg
35kg=□g	3년=□개월	3주=□일	1일=□시간
2시간=□분	$2km^2$=□m^2	$3m^2$=□cm^2	2정보=□평

5. 326=3×100+2×10+6×1과 같은 형식으로 다음 수들을 표시하여라.

1) 677　　　2) 12 675

3) 10 609　　　4) 15 008 016

6. 수축에서 15cm사이에 0부터 30까지 수를 표시하자면 단위를 얼마로 잡아야 하겠는가? 이런 수축을 그리고 수 7과 13을 표시하여라.

상식

아라비아수자

수자 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9를 **아라비아수자**라고 부른다.

이 수자는 원래 인디아에서 생겨 8세기경에 아라비아에 전해졌고 12세기에는 아라비아로부터 유럽에로 넘어갔다. 유럽사람들은 이 수자를 아라비아수자라고 부르면서 받아들였다. 수자에는 아라비아수자외에 한수자, 로마수자 등이 있다.

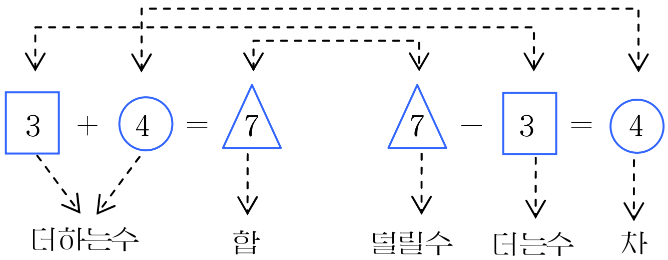
한수자	一,	二,	三,	四,	五,	六,	七,	八,	九,	十,	百,	千
로마수자	Ⅰ,	Ⅴ,	Ⅹ,	L,	C,	D,	M					
	(1)	(5)	(10)	(50)	(100)	(500)	(1 000)					

※ 로마수자로 수를 표시하는 실례

Ⅱ(2), Ⅲ(3), Ⅳ(4), Ⅵ(6), Ⅸ(9), ⅩⅡ(12), CLⅩⅡ(162)

2. 더하기와 덜기

찾기 덜기에서 차는 더하기에서 어느 수가 되는가?



3에 4를 더하면 7을 얻는다.

이것을 $3+4=7$로 표시한다.

$3+x=7$에서 x를 구하는것을 $7-3=x$로 표시한다.

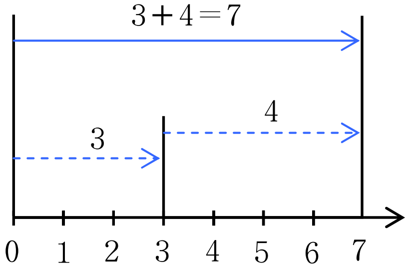


그림 1−3

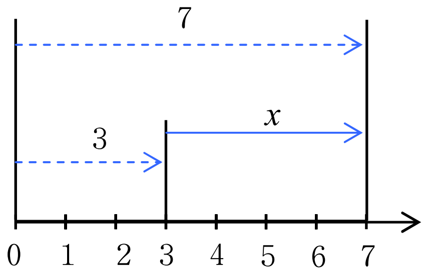


그림 1−4

례 1 x를 구하여라.

1) $30+x=46$

$46-30=16$

$x=16$

2) $x+19=33$

$33-19=14$

$x=14$

$a+b$는 a에 b를 더한다는 뜻도 있고 그것을 더한 합이라는 뜻도 나타낸다.

$a-b$는 a에서 b를 던다는 뜻도 있고 그것을 던 차라는 뜻도 나타낸다.

알아보기 두 자연수를 더하면 그 합도 늘 자연수인가?

자연수 + 자연수 = 자연수

더하기성질

$a+b=b+a$ (바꿈법칙)

$(a+b)+c=a+(b+c)$ (묶음법칙)

$a+0=0+a=a$

례 2 $187+369+13$
$=187+13+369$
$=200+369$
$=569$

문 제

1. x를 구하여라.
   1) $95+x=107$
   2) $199+x=337$
   3) $x+230=973$
   4) $x+97=103$
   5) $x-23=17$
   6) $311-x=299$
2. 옳은가를 검산해보아라.
   1) $250-180=70$
   2) $330-33=100$
   3) $13109-2991=10115$
   4) $367+123=490$
   5) $1817+2293=4010$
   6) $12-12=0$
3. 다음것을 계산하여라.(여기서 계산은 ( )(소괄호), [ ](중괄호), { }(대괄호)순서로 한다.)
   1) $1537-\{1246+[156+38-(45+70)+85]\}$
   2) $800-\{532-[235-(343-297)]+25\}$
   3) $9678+7896+8976+6789$
4. 다음것을 계산하여라.
   1) 13km 157m 36cm－7km 367m 137cm
   2) 4일간 12시간 28초＋2일간 18시간 59분 57초
   3) 13정보 261평－8정보 1567평
5. 어느 한 양어장에서 메기를 평양메기탕집에 7t 86kg을, 청류관에 3t 897kg을 보냈다.
   모두 얼마 보냈는가?
   평양메기탕집에는 청류관보다 얼마나 더 보냈는가?
6. 학교에서 바줄당기기경기, 이어달리기경기, 수류탄던지기경기를 하였다. 누구나 다 한 종목이상의 경기에 참가하여야 한다. 영수네 학급 42명가운데서 바줄당기기경기에 30명, 이어달리기경기에 25명, 수류탄던지기경기에 15명 참가하였다. 영수네 학급에서 한 종목경기에만 참가한 학생은 15명이다.
   영수네 학급에서 세 종목경기에 다 참가한 학생은 몇명인가? 두 종목경기에 참가한 학생은 몇명인가?

상식

수학의 왕 가우스의 기발한 계산

《수학의 왕》으로 알려진 도이췰란드의 수학자 가우스는 어렸을 때부터 수학에 뛰여난 재능을 가지고있었다.

가우스가 소학교 3학년에 다닐 때의 일이다. 어느날 선생님이 1에서 100까지의 수를 모두 합하면 얼마인가고 물었다. 학생들이 이 문제를 푸느라고 머리를 짜며 부산을 피우고있을 때 가우스는 즉석에서 5 050이라고 대답하여 선생님을 깜짝 놀라게 만들었다.

가우스는 다음과 같이 계산하였다.

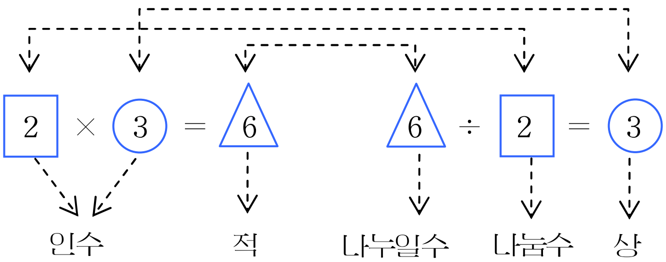
$$\begin{aligned} S &= 1 + 2 + 3 + \cdots + 99 + 100 \\ +)\ S &= 100 + 99 + \cdots + 3 + 2 + 1 \\ \hline 2S &= 101 + 101 + \cdots + 101 + 101 \end{aligned}$$

$$2S = 101 \times 100$$

따라서 $S = 5050$

3. 곱하기와 나누기

찾기 나누기에서 상은 곱하기에서 어느 수가 되는가?



2씩 3은 6이다. 이것을 $2\times3=6$으로 표시한다.

곱하기기호 《×》대신에 점 《·》을 찍기도 한다.

$$3\times4=3\cdot4$$

$2\times x=6$에서 x를 구하는것을 $6\div2=x$로 표시한다.

0으로의 나누기는 하지 않는다.

례 1 x를 구하여라.

1) $326\times x=8802$

$8802\div 326=27$

$x=27$

2) $x\times 32=4736$

$4736\div 32=148$

$x=148$

알아보기 두 자연수를 곱하면 그 적도 늘 자연수이겠는가 실례를 들어 따져보아라.

자연수 × 자연수 = 자연수

례 2 수 0과 1만을 가지고 곱하기를 하면 그 적이 늘 0이나 1로 되겠는가 따져보아라.

(풀이) 수 0과 1로 곱하기를 할수 있는 모든 경우를 생각해보자.

1) $0\times 0=0$

2) $0\times 1=0$

3) $1\times 0=0$

4) $1\times 1=1$

적은 모두 0 또는 1이다.

곱하기성질

$a\times b=b\times a$ (바꿈법칙)

$(a\times b)\times c=a\times (b\times c)$ (묶음법칙)

$a\times (b+c)=a\times b+a\times c$ (분배법칙)

$a\times 0=0\times a=0$

$a\times 1=1\times a=a$

례 3 1) $4\times 37\times 25\times 3$

$=(4\times 25)\times (37\times 3)$

$=100\times 111=11100$

2) $17\times 26+24\times 17$

$=17\times (26+24)$

$=17\times 50=850$

문 제

1. □에 알맞는 수를 써넣어라.

1)
```
      □2□
×)     □7
─────────
    29□□
  □□□□
─────────
  □□□97
```

2)
```
      5□□
×)     □□
─────────
      □4□
  □□□□
─────────
  □□□89
```

3)
```
            □7□
      ───────────
31□)□□6□□
      63□
      ──────
      □□8□
      □□□□
      ──────
        □□□□
        □□□□
        ──────
          □18
```

4)
```
              □□□
        ──────────
□□□)□□□□□
        1□□
        ──────
        □□□□
        □□□2
        ──────
            □□□
            534
            ────
              0
```

2. x를 구하여라.

1) $37\times x=666$　　2) $x\times 42=30492$

3) $598\div x=13$　　4) $x\div 637=72$

3. 다음것을 계산하여라.

1) 11111×99999　　2) 33333×66666

4. 9×9표의 수들을 더 늘쿠어 24×24표를 만들어라.

2×10	3×10	…			
2×11	3×11	…			
2×12	3×12	…			
…	…	…	…		
2×23	3×23	… 17×23	18×23		
2×24	3×24	… 17×24	18×24		
19×19					
19×20	20×20				
19×21	20×21	21×21			
19×22	20×22	21×22	22×22		
19×23	20×23	21×23	22×23	23×23	
19×24	20×24	21×24	22×24	23×24	24×24

5. 24×24표를 리용하여 다음 계산을 암산으로 하여라.

1) $225 \div 15 \times 24 \div 18$ 2) $17 \times 23 - 143 \div 13 + 12 \times 19$

3) $42 \div 21 + 13 \times 17 + 238 - 129$

4) $16 \div 2 + 17 + (437 \div 23 \times 16 - 109) \div 15$

5) $21 \times 23 \div (18 \times 17 - 23 \times 13)$

6) $(16 \times 18 - 72) \div 12 + 17 \times 18$

6. 다음것을 계산하여라.

1) 6시간 24분 30초×7   2) 6t 12kg 20g÷5

3) 2일간 15시간 45분÷4시간 15분   4) 3시간 4분÷7분 40초

4. 제곱

같은 인수들의 적을 다음과 같이 쓰면 편리하다.

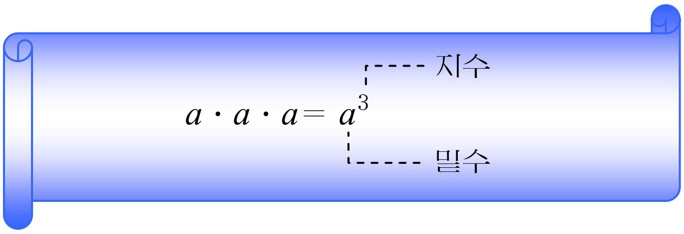
$$2 \times 2 \times 2 = 2^3$$

$$4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3 = 4^3 \cdot 3^2$$

$$a \cdot a \cdot a \cdot a = a^4$$

같은 인수들의 적을 우와 같이 표시하는것을 **제곱**이라고 부르고 다음과 같이 읽는다.

2^4: 2의 4제곱 a^3: a의 3제곱



례 1 1) $11 \cdot 11 \cdot 11 \cdot 11 = 11^4$

2) $125 \cdot 49 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 = 5^3 \times 7^2$

3) $35607 = 3 \times 10000 + 5 \times 1000 + 6 \times 100 + 7 \times 1$

$= 3 \times 10^4 + 5 \times 10^3 + 6 \times 10^2 + 7 \times 1$

알아보기 제곱지수들을 비교해보아라. 무엇을 알수 있는가?

1) $a^2 \cdot a^3 = (a \cdot a) \cdot (a \cdot a \cdot a) = a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a = a^5$

2) $(a^2)^3 = a^2 \cdot a^2 \cdot a^2 = a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a = a^6$

3) $(a \cdot b)^3 = (a \cdot b) \cdot (a \cdot b) \cdot (a \cdot b) = a \cdot a \cdot a \cdot b \cdot b \cdot b = a^3 \cdot b^3$

지수법칙

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

례 2 1) $4^3 \cdot 4^4 = 4^{3+4} = 4^7$ 2) $(x^2)^3 = x^{2\times 3} = x^6$

3) $(2 \cdot 3 \cdot 5)^5 = 2^5 \cdot 3^5 \cdot 5^5$

례 3 $16 \cdot 32 \cdot 49 = 2^4 \cdot 2^5 \cdot 7^2 = 2^9 \cdot 7^2$

례 4 다음 수들을 10의 제곱모양으로 표시하여라.

강철 1 000만t, 석탄 1억 2 000만t, 전력 1 000억kW・h(키로와트시)

(풀이) 1000만t＝10000000t＝10^7t

1억 2000만t＝120000000t＝$12 \cdot 10^7$t

1000억kW・h＝100000000000kW・h＝10^{11}kW・h

문 제

1. 다음 수들을 제곱으로 표시하여라.

   1) 7×7×7×7×7 2) 13×13×13×13×13

   3) 2×2×6×3×3 4) 5×5×100×2×2×2

2. 다음 수들을 10의 제곱모양으로 표시하여라.

   1) 지구의 륙지면적 14 900 000km^2

   2) 지구와 태양사이의 거리 1억 5 000만km

3. 다음 수들을 제곱으로 표시하여라.

   125, 128, 169, 216, 300, 441

4. 다음것을 지수법칙을 리용하여 간단히 표시하여라.

   1) $5^3 \times 5^7$ 2) 3×3^5 3) $(2^2)^2 \cdot (5^2)^3$ 4) $(a^2 \cdot a^3)^3$

5. 2제곱수의 하나의 자리의 수자는 0, 1, 4, 5, 6, 9뿐이라는것을 따져보아라.

6. 수를 읽기 위하여

   10^{14}＝100 0000 0000 0000(백조)

   조급 억급 만급 일급

와 같이 아래 단위로부터 올라가면서 네자리씩 갈라서 급을 만들고 거기에 이름을 붙인다. 10^{14}은 조급의 수이다.
다음 수들의 지수를 보고 어느 급의 수인가를 말하여라.

10^{3}, 10^{10}, 10^{7}, 10

련습문제

1. 다음 계산식의 글자에 알맞는 수를 구하여라.

1)
```
   CDCB
+  CADC
-------
  ABCDD
```

2)
```
   AAA
×    B
------
  CAA6
```

3)
```
        BAC
     ------
  AB)BDFE
     BC
     ----
      AF
      AB
      ----
       CE
       CE
       ----
        0
```

2. 수 7로 시작되는 세자리수가 있다. 이 수자 7을 하나의 자리에 옮겨놓으면 처음 세자리수보다 117만큼 커진다. 처음 세자리수를 구하여라.
3. 다음과 같은 수 A, B, C, D를 구하여라.
   1) A+B+C+D=225　　　2) A+2=B−2=C×2=D÷2
4. 빨리 계산하는 방법을 생각해보아라.
   1) 501+502+ … +598+599+600
   2) 101+202+303+ … +909+1010
5. 111÷37=3이라는것을 알고 555÷37, 777777÷37을 구하여라.
6. 같은 자연수를 3개씩 차례로 써서 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 3, …과 같은 렬을 만들었다. 이 렬에서 련이어있는 세 수를 더했더니 합이 83이 되였다. 이 세 수를 구하여라.
7. 그림 1−5에는 작은 직6면체가 몇개 있는가? 작은 직6면체 하나가 $3cm^3$이면 이 도형의 체적은 얼마인가?
8. 다음의 표는 어느 한 공장 로동자들이 한주일동안에 생산한 제품수량과 사람수를 종합하여 써놓은것이다. 한주간에 이 제품을 한사람당 하루 평균 몇개씩 생산하였는가?

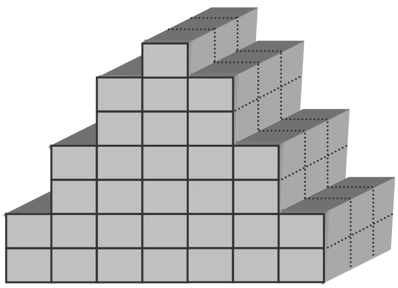


그림 1−5

요일	월	화	수	목	금	토
한 사람당 생산량(개)	45	55	65	75	85	95
사람수(명)	5	7	6	7	11	6

9. A, B, C, D, E의 5명의 키를 재였는데 A는 150cm이고 B와 C의 평균은 D와 같다. E는 D보다 9cm 크고 5명의 평균은 151cm이다. E의 키는 몇cm인가?

10. 나무를 심으려고 나무모를 가져왔다. 한 학급에 10모씩 나누어주었더니 60모가 남았고 12모씩 주었더니 12모가 남았다. 학급수와 나무모는 각각 얼마인가?

11. 다음 식을 따져보고 하나의 자리의 수자를 구하여라.

1) $13^{1001}+17^{1002}$　　2) $3^{101}+4^{102}$

12. 다음의 적은 몇자리수인가?

1) $\underbrace{2\times2\times2\times\cdots\times2}_{12개}\times\underbrace{25\times25\times\cdots\times25}_{6개}$

2) $8^8\times25^{12}$

13. 다음의 계산과정을 살펴보고 《?》가 있는 곳에 알맞는 수를 써넣어라.

1)
$$2=2=1\times2$$
$$2+4=6=2\times3$$
$$2+4+6=12=3\times4$$
$$2+4+6+8=20=4\times5$$
$$\cdots\quad\cdots\quad\cdots$$
$$2+4+6+8+\ \cdots\ +100=?$$
$$2+4+6+8+\ \cdots\ +1000=?$$

2)
$$1+3=2^2$$
$$1+3+5=3^2$$
$$1+3+5+7=4^2$$
$$\cdots\quad\cdots$$
$$1+3+5+7+\ \cdots\ +25=?$$
$$1+3+5+7+\ \cdots\ +101=?$$

14. 1^2-0^2

2^2-1^2

3^2-2^2

4^2-3^2

이것이 얼마인가를 알아보고 다음것을 구하여라.

1) $27^2-26^2=?$　　2) $99^2-98^2=?$

3) $1^2-2^2+3^2-4^2+5^2-\ \cdots\ +99^2-100^2+101^2=?$

15. 륜던지기경기를 한다. 륜이 들어가면 10점을 받고 들어가지 않으면 5점을 더는 규정을 정하였다. 15번 던져 15점이 되였다고 하면 던져서 몇번 들어간것으로 되는가?

16. 쇠줄을 두 토막 A, B로 나누었다. A는 B의 3배보다 2cm 길고 4배보다 1cm 짧다. 처음 쇠줄의 길이를 구하여라.

17. 거부기와 토끼가 달리기를 한다. 토끼가 한참 뛰여가다가 돌아보니 거부기가 160m나 떨어져있었다. 토끼가 낮잠을 4시간동안 자고 깨여나보니 거부기는 1 040m나 앞서 달리고있었다. 바빠맞은 토끼는 있는 힘을 다하여 뛰였으나 2분후에 거부기가 토끼를 50m 떨구고 먼저 결승선에 도착했다. 거부기는 매분 몇m씩 달렸는가? 또 잠에서 깬 토끼는 매분 몇m씩 달렸는가?

제2절. 약수와 배수

1. 완제

해보기 18을 7로 나눈 상과 나머지를 구하고 □와 △에 알맞는 수를 써넣어라.

$$18 = 7 \times \square + \triangle, \quad \triangle < 7$$

수 a를 b로 나눌 때 상이 m이고 나머지가 r이면

$$a = b \times m + r, \quad r < b$$

만일 $r = 0$이면 즉 $a = b \times m$일 때 a는 b로 **완제된다**고 말하고

$$a \mid b$$

로 표시한다.

$a = a \times 1$이므로 령 아닌 수는 1과 그 자체로 완제된다.

$r \neq 0$이면 a는 b로 완제되지 않는다고 말하고

$$a \nmid b$$

로 표시한다.

례 1 28은 어떤 수로 완제되는가? 그런 수들을 그림에 표시하여라.

$28 = 1 \times 28$

$28 = 2 \times 14$

$28 = 4 \times 7$

$28 = 7 \times 4$

$28 = 14 \times 2$

$28 = 28 \times 1$

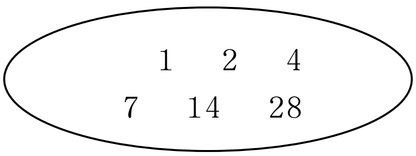


그림 1-6

수 a가 b로 완제될 때 즉

$$a=b\times m \ (a \mid b)$$

일 때 b를 a의 **약수**, a를 b의 **배수**라고 부른다.

$$a=b\times m$$

배수 약수

(주의) 여기서 말하는 수들은 0과 자연수이다.

례 2 18＝2×9

2는 18의 약수, 18은 2의 배수

18＝9×2이므로 9는 18의 약수, 18은 9의 배수

례 3 12의 약수와 배수들을 다 써라.

12의 약수 {1, 2, 3, 4, 6, 12}

12의 배수 {0, 12, 24, 36, 48, …}

수 n의 배수는 $n\times0$, $n\times1$, $n\times2$, $n\times3$, …

2의 배수를 **짝수**, 짝수가 아닌 수를 **홀수**라고 부른다.

자연수모임 N에서

짝수 $N_0=\{2, 4, 6, \cdots, 2n, \cdots\}$

홀수 $N_1=\{1, 3, 5, \cdots, 2n-1, \cdots\}$

문 제

1. 다음것이 옳은가?

1) 수 1은 모든 자연수의 약수　　　2) 수 0은 모든 자연수의 배수

2. 다음 그림에 알맞는 수들을 다 써넣어라.

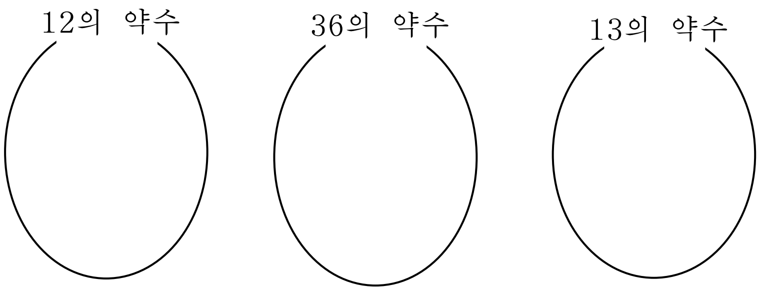


그림 1－7

3. 1부터 50까지의 수들가운데서 2로 완제되는 수, 3, 4, 5로 완제되는 수들을 다 써보아라.

4. 다음것을 $a=b\times m+r$모양으로 표시하여라.

1) 123을 11로 나누었을 때　　2) 379를 17로 나누었을 때

3) 169를 13으로 나누었을 때

5. 100보다 크고 150보다 작은 수가운데 3으로 완제되는 수가 몇개 있겠는가?

6. 빈칸에 짝수인가 홀수인가를 밝혀라.

+	짝수	홀수
짝수		
홀수		

−	짝수	홀수
짝수		
홀수		

×	짝수	홀수
짝수		
홀수		

2. 공통약수와 공통배수

해보기 18의 약수, 24의 약수를 그림 1−8에 표시하여라. 18의 약수로도 되고 24의 약수로도 되는 수는 그림에서 어디에 표시되는가?

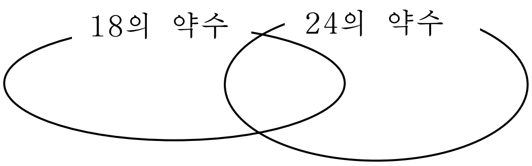


그림 1−8

최대공통약수

2개이상의 수들에 공통인 약수를 그 수들의 **공통약수**라고 부른다.

공통약수들가운데서 가장 큰것을 **최대공통약수**라고 부른다.

수 a와 b의 최대공통약수를

$$(a,\ b)$$

와 같이 표시한다.

$(a,\ b)=1$일 때 두 수 a와 b는 **서로 소**라고 부른다.

례 1 12와 16의 공통약수와 최대공통약수를 구하여라.

(풀이) 12의 약수 1, 2, 3, 4, 6, 12

16의 약수 1, 2, 4, 8, 16

공통약수 1, 2, 4

$$(12, 16) = 4$$

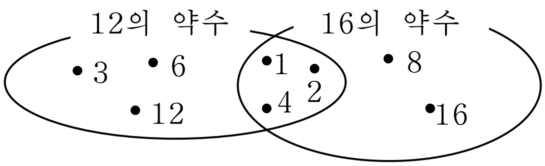


그림 1-9

례 2 21, 42, 105의 최대공통약수를 구하여라.

(풀이) 21의 약수 1, 3, 7, 21

42의 약수 1, 2, 3, 6, 7, 21, 42

105의 약수 1, 3, 5, 7, 15, 21, 35, 105

$$(21, 42, 105) = 21$$

례 3 (15, 17)=1이므로 15와 17은 서로 소이다.

해보기 40까지의 자연수가운데서 수 4와 6에 공통인 배수를 구하여라. 그가운데서 제일 작은 수를 지적하여라.

최소공통배수

2개이상의 수들에 공통인 배수를 그 수들의 **공통배수**라고 부른다. 공통배수가운데서 0이 아닌 가장 작은 수를 **최소공통배수**라고 부른다. 수 a와 b의 최소공통배수를

$$[a, b]$$

와 같이 표시한다.

례 4 6과 9의 최소공통배수를 구하여라.

(풀이) 6의 배수 {0, 6, 12, 18, 24, … }

9의 배수 {0, 9, 18, 27, … }

$$[6, 9] = 18$$

문 제

1. 다음것을 구하여라.

1) (6, 8)　　2) (9, 15)　　3) (14, 21, 35)

4) [8, 12]　　5) [24, 36]　　6) [12, 15, 20]

7) (8, 9)　　8) [13, 14]

2. x를 구하여라.

1) $(24, 36)+(36, x)=(36, 54)$

2) $(36, 54)+[14, x]=[5, 12]$

3) $(40, x)=2$인 x가운데서 20보다 작은 수를 모두 찾으라.

3. 가로 28cm, 세로 48cm인 직4각형모양의 종이가 있다. 이 종이를 잘라서 버리는 부분이 없이 가장 큰 같은 크기의 바른4각형들을 만들려고 한다. 바른4각형의 한 변의 길이를 얼마로 하여야 하겠는가? 이때 바른4각형을 몇개나 얻을수 있는가?

4. 어떤 제품을 만드는데 세 공정을 거쳐야 한다. 첫 공정에서는 한 사람이 한 시간에 48개의 제품을 가공하고 둘째 공정에서는 32개, 셋째 공정에서는 28개 제품을 가공할수 있다. 세 공정에 사람을 몇명씩 배치하는것이 가장 좋겠는가?

3. 배수의 성질

해보기 24와 30은 6의 배수이다. 합 24+30도 6의 배수이겠는가 따져보아라.

성질 1. 수 K의 배수들의 합도 수 K의 배수이다.

례 1 3의 배수들인 21과 27의 합 48도 3의 배수이다. 왜냐하면 $48=21+27=3\times7+3\times9=3\times(7+9)$이기때문이다.

해보기 $455=35\times13$에서 인수 35는 7의 배수이다.
이때 적 455도 7의 배수이겠는가?

성질 2. 인수들가운데서 수 K의 배수가 있으면 적도 수 K의 배수이다.

례 2 364＝28×13에서 인수 28은 2, 4, 7, 14의 배수이므로 364도 역시 2, 4, 7, 14의 배수이다.

문 제

1. 다음과 같이 말하면 옳은가?
   1) 24＋56＋96은 8의 배수이다.
   2) 9＋99＋999＋9999는 9의 배수이다.
   3) 4＋24＋48＋96＋102는 4의 배수이다.　4) 25×13은 5의 배수이다.
   5) 703×36은 18로 완제된다.　6) 29×54는 9로 완제된다.
2. 123456789×9＝1111111101이라는것을 알고 다음것을 구하여라.
   1) 123456789×27　2) 123456789×54　3) 123456789×72
3. 6의 배수의 차도 6의 배수라는것을 례를 들어 설명하여라.
4. 15와 12로 나누어 1이 남는 자연수가운데서 제일 작은 수를 구하여라.
5. 100에서 300까지의 자연수가운데서 2와 3으로 나누어지고 5로는 나누어지지 않는 수는 몇개인가?

4. 5, 3, 9의 배수

알아보기 다음 식을 보고 375, 9 280이 5의 배수라는것을 설명하여라.

375＝300＋70＋5,　9280＝9000＋200＋80

5의 배수

하나의 자리의 수자가 0이거나 5인 수는 5의 배수이다.

알아보기 다음 식을 보고 237이 3의 배수라는것을 설명하여라.

237＝2×100＋3×10＋7＝2×(99＋1)＋3×(9＋1)＋7

＝2×99＋2＋3×9＋3＋7＝(2×99＋3×9)＋(2＋3＋7)

여기서 2＋3＋7은 어느 수자들의 합인가?

3의 배수

매 자리의 수자들의 합이 3의 배수인 수는 3의 배수이다.

례 $2+8+7+6+4=27$이 3의 배수이므로 28 764는 3의 배수이다.

알아보기 다음 식을 보고 756이 9의 배수라는것을 설명하여라.

$$\begin{aligned}756&=7\times100+5\times10+6\\&=7\times(99+1)+5\times(9+1)+6\\&=(7\times99+5\times9)+(7+5+6)\end{aligned}$$

이 식을 보고 9의 배수가 될 조건을 말해보아라.

9의 배수

매 자리의 수자들의 합이 9의 배수인 수는 9의 배수이다.

문 제

1. □안에 어떤 수자를 써넣어야 3의 배수, 9의 배수로 되겠는가?

   1) 2□8   2) □264   3) 785□1   4) □2□4

2. 3의 배수로도 되고 5의 배수로도 되는 수는 다 15의 배수라고 말할수 있는가?

3. □안에 알맞는 수를 써넣어라.

   1) □1993□ | 45   2) 26□6□ | 6

   3) 1□397□ | 18   4) 5□99□ | 12

4. 5로 나누면 1이 남고 3으로 나누면 2가 남는 세자리수는 몇개 있는가?

탐구

어떤 수가 4의 배수일 조건, 8의 배수일 조건, 25의 배수일 조건을 생각해보아라.

련습문제

1. 30까지의 자연수를 각각 3으로 나누어보고 나머지가 같은 수들을 찾아 다음 표에 써넣고 아래의 물음에 대답하여라.

나머지가 1인 수	나머지가 2인 수	나머지가 3인 수

1) 둘째 칸과 셋째 칸에 있는 수들의 합은 어느 칸에 들어가는 수로 되는가?

2) 첫째 칸에 있는 두 수들의 합, 적은 어느 칸에 들어가는 수로 되는가? 둘째 칸에 있는 수들의 합, 적은?

3) 둘째 칸에 있는 수의 두제곱은 어느 칸에 드는 수인가?

2. 2, 3, 4로 완제되는 세자리수를 3개 만들어라.

3. $16=2^4$의 약수의 개수는 몇개인가? 약수의 개수와 지수를 비교해보아라.

4. 5와 7로 나누어지지 않는 1 000보다 작은 자연수는 몇개인가?

5. 100알이 못되는 탁구공이 있다. 2알씩 세면 1알이 남고 3알씩 세면 2알, 4알씩 세면 3알, 5알씩 세면 4알이 남는다. 탁구공은 몇알이겠는가?

6. 한해가 365일인 해를 평년, 366일인 해를 윤년이라고 부른다. 평년은 2월이 28일간, 윤년은 2월이 29일간이다. 그림을 보고 다음 년도들이 평년인가, 윤년인가를 결정하여라.

1912년, 1932년, 1942년, 1945년, 1996년, 2007년

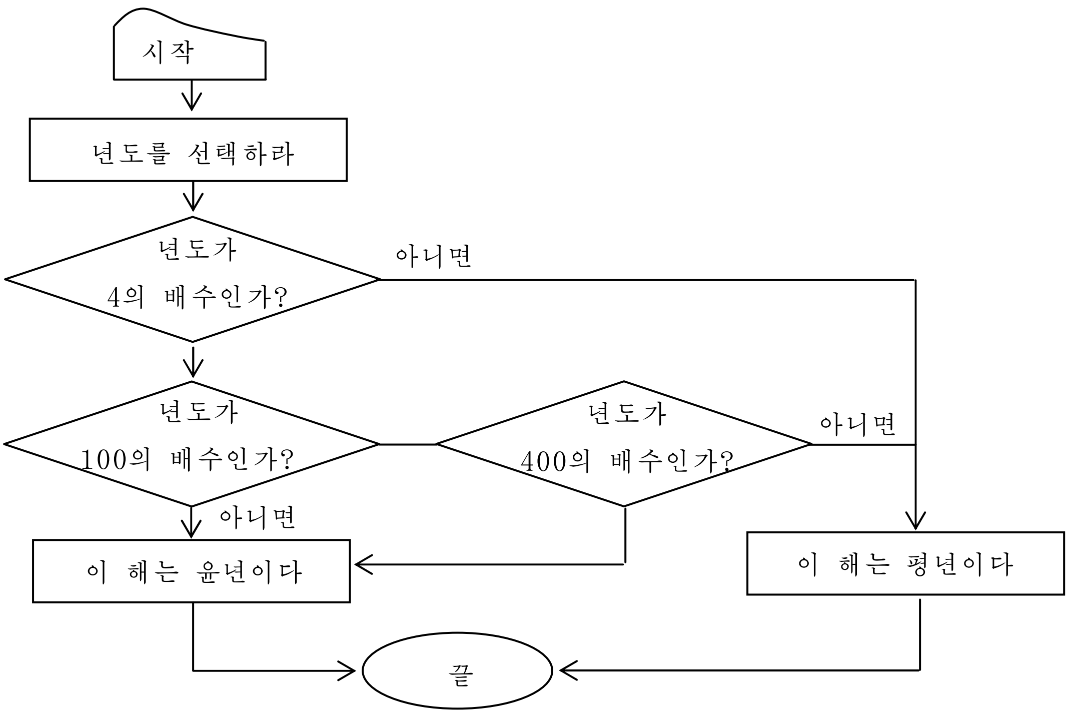


그림 1-10

7. 1996년 1월 1일이 화요일이다. 2008년 12월 31일은 무슨 요일이겠는가?

8. 4월 25일을 맞으며 철성이네 분단에서는 인민군대아저씨들을 찾아가기 위하여 혁명소설 240권, 학습장 480권, 수첩 640권, 원주필 400개를 준비하였다. 한묶에 들어가는 종류별개수가 같으면서 가장 많은 묶으로 나누려고 한다. 몇묶으로 나누면 되겠는가? 매묶에 들어가는 원호물자의 개수는 각각 얼마인가?

9. 1) 적 $a \times b \times (a+b)$는 짝수이겠는가 홀수이겠는가?

2) $1+2+3+ \cdots +2007$은 홀수인가 짝수인가?

10. [18, 27, 36]은 (18, 27, 36)의 몇배인가?

11. □에 알맞는 수들을 구하여라.

1) 4□32□은 9의 배수이다.　　2) 43217□은 4의 배수이다.

3) 1327□은 25의 배수이다.　　4) □679□가 36의 배수이다.

12. 5로 나누면 3이 남고 6으로 나누면 4, 7로 나누면 5가 남는 수가운데서 1 000에 가장 가까운 수를 구하여라.

13. 인성이는 6일마다, 영철이는 8일마다 같은 도서관에 간다. 이번 월요일에 그들이 도서관에서 만났다면 다시 월요일에 함께 도서관에서 만나게 되는 날은 며칠후이겠는가?

14. 78명의 학생들이 원을 지어 앉아있다. 어떤 학생부터 시작하여 1부터 18까지의 18개 번호를 반복하여 차례로 매겨나간다. 1번이 차례지는 학생은 몇명인가? 5번과 10번이 다 차례지는 학생은 몇명인가?

15. 다음것을 보고 11의 배수가 될 조건을 말해보아라.

1) 2 6 0 7

홀수자리　짝수자리

$(6+7)-(2+0)$

$=13-2$

$=11$

$11 \mid 11$

2) 9 2 8 2 9

$(9+8+9)-(2+2)$

$=26-4$

$=22$

$22 \mid 11$

제3절. 나머지 다루기

알아보기 합 $48+73$을 13으로 나누었을 때 나머지는 얼마인가?

48과 73을 각각 13으로 나누었을 때 생기는 두 수의 나머지의 합을 또 13으로 나누었을 때 생기는 나머지는 얼마인가?

합을 어떤 수 a로 나누었을 때의 나머지는 매개 더하는수들을 a로 나누고 그 나머지들의 합을 또 a로 나누었을 때의 나머지와 같다.

례 1 479+236을 23으로 나누었을 때 나머지를 구하여라.

(풀이) 479=23×20+19

236=23×10+6

19+6=25

25=23×1+2 답. 2

례 2 734+51을 17로 나누었을 때 나머지를 구하여라.

(풀이) 734=17×43+3

51=17×3+0

3+0=3

3=17×0+3 답. 3

알아보기 적 23×17을 4로 나누었을 때 나머지는 얼마인가?
인수 23과 17을 각각 4로 나누었을 때 생기는 나머지들의 적을 또 4로 나누었을 때 나머지는 얼마인가?

적을 어떤 수 a로 나누었을 때의 나머지는 매 인수들을 각각 a로 나누었을 때 생기는 나머지들의 적을 또 a로 나누었을 때의 나머지와 같다.

례 3 127×379를 5로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

(풀이) 127=5×25+2

379=5×75+4

2×4=8

8=5×1+3 답. 3

례 4 17^4을 4로 나누었을 때 나머지를 구하여라.

(풀이) 17=4×4+1

$1^4=1$ 답. 1

문 제

1. 13으로 나누었을 때 나머지를 구하여라.

1) 1116+701　　2) 360+1269　　3) 958×282+204

4) 95×149　　5) 1139×1326　　6) 119×52×70

2. 수 a, $b(a>b)$를 각각 3으로 나누었을 때 나머지가 같으면 차 $a-b$는 3의 배수이다. 따져보아라.
3. 수 a를 3으로 나누면 2가 남고 4로 나누면 1이 남는다. 이 수 a를 12로 나누면 나머지는 얼마인가?
4. 한 학년 학생들이 대렬을 짓는데 한줄에 3명씩 서면 1명이 남고 4명씩 서면 2명, 5명씩 서면 3명이 남는다. 이 학년 학생수는 100명미만이다. 이 학년 학생은 몇명인가?
5. 다음것을 구하여라.
   1) 47^{17}을 5로 나누었을 때 나머지
   2) $23^{14}+12^{9}$을 3으로 나누었을 때 나머지

알아보기 수 42와 30의 최대공통약수를 다음과 같이 구하였다.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 30\overline{)42} \\ \underline{30} \\ \boxed{12} \end{array} \qquad 42=30\times1+\boxed{12}$$

30을 나머지 12로 나누면

$$\begin{array}{r} 2 \\ 12\overline{)30} \\ \underline{24} \\ \boxed{6} \end{array} \qquad 30=12\times2+\boxed{6}$$

12를 나머지 6으로 나누면

$$\begin{array}{r} 2 \\ 6\overline{)12} \\ \underline{12} \\ 0 \end{array} \qquad 12=6\times2$$

마지막 나머지 6이 수 42와 30의 최대공통약수이라는것을 따져보아라.

우와 같은 계산과정을 **유클리드련제법**이라고 부른다. 간단히 **련제법**이라고 부른다. 두 수 a, b의 최대공통약수는 유클리드련제법으로 얻은 령 아닌 마지막 나머지와 같다.

례 5 (276, 204)를 구하여라.

(풀이) 련제법에서 계산과정을 다음과 같이 쓰면 편리하다.

```
         1
204)276
    204      2
     72)204
        144    1
          60)72
             60     5
             12)60
                60
                 0
```

$276=204\times1+72$

$204=72\times2+60$

$72=60\times1+12$

$60=12\times5$

$(276,\ 204)=12$

문 제

1. 련제법으로 다음 나누기를 하여라.

   1) $320\div256$　　2) $256\div144$

2. 련제법으로 다음것을 구하여라.

   1) (125, 200)　　2) (6188, 4709)

   3) (189, 126)　　4) (179, 393)

3. 련제법에서 나누기가 끝없이 계속되는 경우가 있겠는가?

4. 어떤 수로 70을 나누면 7이 남고 그 수로 37을 나누면 1이 남는다. 이런 수들가운데서 가장 큰것을 구하여라.

5. 20보다 작은 세개의 자연수가 있다. 그것들의 최대공통약수는 1이다. 그러나 둘씩은 서로 소가 아니다. 이 세 수를 구하여라.

련습문제

1. $576+767+819$를 21로 나누었을 때 나머지를 구하여라.

2. $355\times719\times84$를 26으로 나누었을 때 나머지를 구하여라.

3. $0+1+2+3+4+\cdots+160$을 12로 나누었을 때 나머지를 구하여라.

4. 련제법으로 다음것을 계산하여라.

   1) (6188, 4709)　　2) (2565, 4142)

5. 달력에서 오늘이 무슨 요일인가를 찾고 2000년 1월 1일이 무슨 요일이였는가를 알아내여라.

6. $a=7\times m+3$, $b=7\times n+6$일 때 다음것을 7로 나누었을 때 나머지를 구하여라.

   1) $a+b$　　2) $a+a$　　3) $a\times b$

   4) $b\times b$　　5) $a\times a+b$　　6) $a\times b+b\times b$

7. 170^{13}을 13으로 나누었을 때 나머지를 구하여라.

8. $\underbrace{222\cdots22}_{1991}$를 13으로 나누었을 때 나머지를 구하여라.

9. 2^{1997}의 하나의 자리수는 얼마이겠는가?

10. 143^{89}을 7로 나누었을 때 나머지를 구하여라.

제4절. 씨인수분해

1. 씨수

찾기 20까지의 자연수에서 약수의 개수가 두개인 수, 세개이상인 수를 갈라내여라.

1과 자기자체만을 약수로 가지는 수를 **씨수**, 1과 자기자체외의 다른 약수를 더 가지는 수를 **합성수**라고 부른다.

1은 씨수도 합성수도 아니다.

가장 작은 씨수는 2이다.

례 2, 3, 5, 7, 11, 13 …은 씨수이다.
4, 6, 8, 9, 10 …은 합성수이다.

문 제

1. 다음 수들에서 씨수와 합성수들을 갈라내여 그림안에 써넣어라.

1, 2, 3, 5, 9, 13, 15, 17, 21, 29, 31, 33, 40, 49

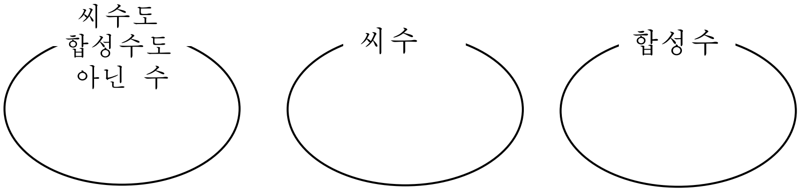


그림 1-11

2. 4보다 큰 짝수는 6=3+3, 8=3+5와 같이 두 씨수의 합으로 표시할수 있다. 10부터 20까지의 짝수를 이렇게 표시하여라.

3. 6보다 큰 홀수는 세 씨수의 합으로 표시할수 있다. 20과 30사이에 있는 홀수들을 세 씨수의 합으로 표시하여라.

4. 1부터 101까지의 자연수들의 적을 A라고 하면 A+2로부터 하나씩 커지는 100개의 자연수들가운데는 씨수가 하나도 없다. 왜 그런가?

5. 두 씨수 a, b의 합이 40이다. 이 두 씨수를 곱한 적이 제일 큰 두 수 a, b를 구하여라.

탐구

아래의 표는 100까지 자연수를 써넣은것이다. 이 표에서 씨수를 골라내여라. 어떤 방법으로 골라내겠는가?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

2. 씨인수분해

수를 씨수들의 적으로 표시하는것을 **씨인수분해**한다고 말한다.

(주의) 씨수인 인수를 간단히 **씨인수**라고도 부른다.

례 1 수 360을 씨인수분해하여라.

(풀이) $360=36\cdot10=6\cdot6\cdot2\cdot5=2\cdot3\cdot2\cdot3\cdot2\cdot5$

$=2^3\cdot3^2\cdot5$

이것을 다음과 같이 하면 편리하다.

$$\begin{array}{r|r} 2 & 360 \\ \hline 2 & 180 \\ \hline 2 & 90 \\ \hline 3 & 45 \\ \hline 3 & 15 \\ \hline & 5 \end{array}$$

$$360=2\cdot 2\cdot 2\cdot 3\cdot 3\cdot 5$$
$$=2^3\cdot 3^2\cdot 5$$

서로 다른 씨수들의 제곱의 적으로 표시하는 씨인수분해를 **표준씨인수분해**라고 부른다.

해보기 수 76을 표준씨인수분해하고 씨수 제곱지수와 수 76의 약수의 개수를 비교해보아라.

$$76=2\cdot 2\cdot 19=2^2\cdot 19$$

76의 약수 1, 2, 4, 19, 38, 76(약수의 개수는 6개)

표준씨인수분해한 제곱지수 2, 1

$$(2+1)\cdot(1+1)=6$$

어떤 수의 약수의 개수는 그 수를 표준씨인수분해한 씨인수들의 제곱지수에 1을 더한 수들의 적과 같다.

례 2 수 72의 약수의 개수를 구하여라.

(풀이)

$$\begin{array}{r|r} 2 & 72 \\ \hline 2 & 36 \\ \hline 2 & 18 \\ \hline 3 & 9 \\ \hline & 3 \end{array}$$

$72=2^3\cdot 3^2$

$(2+1)\cdot(3+1)=12$

답. 12개

문 제

1. 다음 수들을 씨인수분해하여라.

   48, 72, 100, 725

2. 다음것을 구하여라.(a, b, c는 자연수이다.)

   1) $2^a\cdot 3^b=432$일 때 a, b　　　2) $2^a\cdot 3^b\cdot 5^c=9000$일 때 a, b, c

3. 세 자연수 a, b, c가 있다. $a\cdot b=45$, $a\cdot c=63$, $b\cdot c=315$일 때 a, b, c를 구하여라.

4. 다음 수들의 약수의 개수를 구하여라.

54, 72, 160, 620, 720

5. 다음 수에 될수록 작은 수를 곱해서 어떤 수의 2제곱으로 되게 하여라.

1) 120　　2) 126　　3) 180　　4) 240

3. 최대공통약수와 최소공통배수를 구하기

찾기 (120, 180)을 구하여라.

$120=2^3\cdot3\cdot5,\qquad 180=2^2\cdot3^2\cdot5$

$(120,\ 180)=2^2\cdot3\cdot5=60$

최대공통약수에는 밑수가 같은 제곱에서 큰 지수를 가지는 제곱이 들어가는가, 작은 지수를 가지는 제곱이 들어가는가?

몇개의 수의 최대공통약수를 구하려면 그 수들을 표준씨인수분해하고 공통으로 들어있는 씨인수들을 곱한다.

이때 인수들의 지수는 가장 작은것을 단다.

례 1 (240,360)을 구하여라.

(풀이) $240=2^4\cdot3\cdot5$

$360=2^3\cdot3^2\cdot5$

$(240,\ 360)=2^3\cdot3\cdot5=120$

이것을 다음과 같이 하면 편리하다.

2	240	360
2	120	180
2	60	90
3	30	45
5	10	15
	2	3

$(240,\ 360)=2\cdot2\cdot2\cdot3\cdot5$

$=2^3\cdot3\cdot5=120$

례 2 (24, 60, 36)을 구하여라.

(풀이)

2	24	60	36
2	12	30	18
3	6	15	9
	2	5	3

$(24,\ 60,\ 36)=2\cdot2\cdot3$

$=2^2\cdot3=12$

찾기 [120, 180]을 구하여라.

$120=2^3\cdot 3\cdot 5$, $180=2^2\cdot 3^2\cdot 5$

$[120,\ 180]=2^3\cdot 3^2\cdot 5=360$

최소공통배수에는 밑수가 같은 제곱에서 큰 지수를 가지는 제곱이 들어가는가, 작은 지수를 가지는 제곱이 들어가는가?

> 몇개 수의 최소공통배수를 구하자면 그 수들을 표준씨인수분해하고 어느 한쪽수에라도 들어있는 씨수들을 다 곱한다.
> 이때 인수들의 지수는 가장 큰것을 단다.

례 3 [24, 60]을 구하여라.

(풀이) $24=2^3\cdot 3$

$60=2^2\cdot 3\cdot 5$

$[24,\ 60]=2^3\cdot 3\cdot 5=120$

이것을 다음과 같이 하면 편리하다.

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 24 & 60 \\ \hline 2 & 12 & 30 \\ \hline 3 & 6 & 15 \\ \hline & 2 & 5 \end{array}$$

$[24,\ 60]=2^3\cdot 3\cdot 5=120$

례 4 [12, 18, 30]을 구하여라.

(풀이)

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 12 & 18 & 30 \\ \hline 3 & 6 & 9 & 15 \\ \hline & 2 & 3 & 5 \end{array}$$

$[12,\ 18,\ 30]=2^2\cdot 3^2\cdot 5=180$

문 제

1. 다음 수들의 최대공통약수를 구하여라.
   1) 30, 42 2) 48, 72 3) 1 800, 1 260
   4) 420, 560 5) 54, 234, 297 6) 260, 482, 792
2. (420, 630, 1260)=((420, 630), (420, 1260), (630, 1260))이라는것을 따져보아라.
3. (6120, 36360)은 (1260, 5560)의 몇배인가?

4. 가로 108m, 세로 144m인 직4각형모양의 공원둘레에 같은 간격으로 가로등을 세우려고 한다. 네 모서리에 가로등을 세우면서 가로등의 수를 가장 적게 하려면 몇개를 어떻게 세워야 하겠는가?

해보기 다음것이 옳은가를 따져보아라.

$$(12,\ 18)\cdot[12,\ 18]=12\times18$$

$$[24,\ 36]=\frac{24\times36}{(24,\ 36)}$$

$$(a,\ b)\cdot[a,\ b]=a\cdot b$$

례 5 $(a,\ 215)=43$, $[a,\ 215]=1505$이다. 수 a를 구하여라.

(풀이) $a=\dfrac{43\times1505}{215}=301$ 답. $a=301$

문 제

1. 한 수는 16이고 최대공통약수는 8, 최소공통배수는 48일 때 다른 수는 얼마인가?
2. 최대공통약수는 8이고 최소공통배수는 96일 때 두 수는 각각 얼마인가? 몇가지 경우가 있는가?
3. 다음 수들의 최소공통배수는 최대공통약수의 몇배인가?
   1) 66, 154 2) 42, 63, 105
   3) 156, 195, 3 900 4) 40, 64, 112, 88
4. 9, 12, 15의 어느 수로 나누어도 나머지가 4인 수들가운데서 제일 작은 수를 구하여라.
5. 51과 63을 어떤 수로 나누면 나머지가 다 3이다. 어떤 수를 구하여라.

련습문제

1. 다음 수들을 씨수와 합성수로 갈라놓아라.

   3, 13, 16, 29, 33, 79, 102, 111, 3 006, 31 795
2. 그림을 보고 알맞는 씨수에 ○로 표시하여라.

씨 수							적
2	3	5	7	11	13	17	1 870
2	3	5	7	11	13	17	546
2	3	5	7	11	13	17	5 005
2	3	5	7	11	13	17	1 326
2	3	5	7	11	13	17	2 805
2	3	5	7	11	13	17	1 190
2	3	5	7	11	13	17	3 003
2	3	5	7	11	13	17	15 015

씨 수							적
②	③	5	⑦	11	⑬	17	546

$2\times3\times7\times13=546$

3. 다음 수들을 씨인수분해하여라.

48, 108, 720, 1 935, 2 400, 12 600

4. 다음것을 구하여라.

1) (120, 180)　　2) (320, 480)

3) (144, 256, 320)　　4) (160, 240, 200)

5) (120, 180, 240)　　6) [140, 210]

7) [48, 36, 90]　　8) [1080, 1440]

5. 서로 이를 맞물고 도는 두 치차가 있다. 이 치차들의 이가 하나는 28개이고 또 하나는 16개이다. 치차가 돌기 전에 연필로 서로 맞닿는데를 표시해놓았다. 두 치차가 각각 몇번 돌아야 표시해놓은 자리에서 맞닿게 되겠는가?

6. 변의 길이가 자연수이고 면적이 105인 모양이 서로 다른 직4각형은 모두 몇개 있겠는가?

7. 짝수로 시작된 련이어있는 세 자연수의 적은 24로 완제된다는것을 따져보아라.

8. 학습장 45권과 지우개 36개를 몇학생에게 꼭같게 나누어줄수 있겠는가? 이때 한 학생에게 몇개씩 주면 되겠는가? 몇가지 방법이 있는가?

9. 씨수 a와 홀수 b의 합이 13이다. a, b를 구하여라.

10. $(6, x)=3$, $[6, x]=54$이다. x를 구하여라.

11. $975\times935\times972\times\square$의 마지막 4개 수자가 0이 되게 □안에 제일 작은 수를 써넣어라.

12. 한 학습반이 4명, 6명, 8명씩 되게 하여 경기를 진행하는데 매번 3명씩 남게

하자면 최소 몇명이 있어야 하는가?

13. 닭은 12개의 우리에 같게 나누어넣고 오리는 8개의 우리에 같게 나누어넣었더니 매 우리의 마리수가 같아졌다. 닭과 오리가 모두 80마리라는것을 알고 닭과 오리가 각각 몇마리인가를 구하여라.

14. 두 수 280과 40이 있다. 첫 수에서 3씩 몇번 덜고 둘째 수에는 5씩 그만큼 더하면 몇번만에 두 수의 차가 령이 되겠는가?

15. 360×473과 172×361의 최대공통약수는 어떤 수인가?

상식

에라토스테네스의 채질

1부터 1 000까지 자연수를 써넣은 표에서 씨수를 다음과 같이 골라낸다. 먼저 1은 씨수도 합성수도 아니므로 지워버린다. 2는 씨수이므로 남겨놓고 2의 배수들을 다 지워버린다. 남은 수가운데서 3은 씨수이므로 남겨놓고 3의 배수들은 다 지워버린다.

이런 과정을 계속하면 씨수들을 다 골라낼수 있다.

씨수를 골라내는 이 방법은 B.C.3세기에 고대 그리스의 에라토스테네스라는 사람이 처음으로 발견하였다. 이 방법을 수들을 채로 쳐서 씨수를 골라내는것과 같다고 하여 **에라토스테네스의 채질**이라고 부르고있다.

복습문제

1. 련이어있는 15개의 자연수들의 합이 270이다. 첫째 수와 마지막 수를 구하여라.

2. 다음것을 계산하여라.

1) $18\text{dm}^2+287\text{cm}^2$	2) $15\text{m}^3+750\text{dm}^3$
3) 17kg 340g−12kg 540g	4) 4212L−158L
5) $45\text{m}^2\ 80\text{dm}^2\times16$	6) $174\text{dm}^2\times45$

3. 5명의 선수 a, b, c, d, e가 탁구련맹전을 한다. 매 경기에서 이기면 2점, 지면 0점이다. 경기결과는 다음과 같다.

1) a와 b는 1등　　2) c는 3등　　3) d와 e는 4등

이때 선수 c는 몇점 받았겠는가?

4. 4개의 탁구팀이 련맹전으로 경기를 한다. 매 경기에서 이기면 2점, 지면 0점이다. 이 련맹전에서 4점이상 맞는 팀이 꼭 있겠는가? 왜 그런가?

5. 련이어있는 5개의 홀수의 적이 135 135이다. 이 5개의 홀수를 구하여라.

6. 같은 속도로 계속 물이 흘러드는 저수지가 있다. 이 저수지의 물을 다 푸는데 양수기 10대로는 3시간, 5대로는 8시간 걸린다. 만약 2시간동안에 다 퍼내자면 몇대의 양수기가 있어야 하겠는가?

7. a, b, c 세 사람이 걸어가는데 매 1분간에 a는 60m, b는 50m, c는 40m씩 간다. a는 A지점에서, b와 c는 B지점에서 동시에 출발하여 마주 향하여 갔다. a는 b와 만난 다음 15분 지나서 c와 만났다. 두 지점 A와 B사이의 거리를 구하여라.

8. $(a, b)=7$, $a+b=56$이다. a, b를 구하여라.

9. 수들의 렬 1, 2, 5, 13, 34, …이 있다. 이 렬의 두번째 수부터는 매 수의 3배가 그 수의 왼쪽과 오른쪽에 있는 두 수의 합과 같다. 이 렬의 2 001번째 수는 홀수인가 짝수인가?

10. 7로 나누면 나머지가 3의 배수로 되고 6으로 나누면 나머지가 5의 배수로 되는 제일 작은 자연수를 구하여라.

11. 다음것을 계산하여라.

1) $13\times9999+28\times999+13+101\times75+28-75+25$

2) $37\times9999+65\times999\times28+1001\times35+105-35$

12. 200보다 큰 수로서 24로 나누어도, 30으로 나누어도 15가 남는 제일 작은 자연수를 구하여라.

13. 3으로 나누면 나머지가 2, 4로 나누면 나머지가 3, 5로 나누면 나머지가 4인 1 000보다 크고 1 200보다 작은 모든 수를 구하여라.

14. 다음 식을 따져보고 하나의 자리의 수자가 얼마인가를 말하여라.

1) $13^{1001}+17^{1002}+19^{1003}$　　2) $2^{100}+3^{101}+4^{102}$

15. 두 수의 최소공통배수는 900이고 최대공통약수는 15이다. 그리고 한 수는 180이다. 다른 수를 구하여라.

16. 다음것을 따져보고 나머지를 구하여라.

1) 502+2101을 21로 나누었을 때　2) 1303×229를 13으로 나누었을 때

3) 2 319을 3으로 나누었을 때　4) 17 013을 13으로 나누었을 때

17. 5 400의 약수는 모두 몇개이겠는가?

18. 182×210×231×□의 마지막 네자리수가 5 000이 되게 □안에 알맞는 수들가운데서 제일 작은 수를 구하여라.

19. 《배움의 천리길》답사행군대오가 한줄로 서서 행군한다. 대오의 길이를

일정하게 보장하면서 행군하려고 한다. 매 답사대원들사이의 거리를 2m로 할 때와 3m로 할 때 50명이 차이난다고 한다. 이 행군대오는 몇명인가?

20. 그림 1－12와 같은 순위에 따라서 수를 손가락에 대응시킨다. 수 2 000은 어느 손가락에 대응되겠는가?

21. 줄을 한번 당기면 전등에 불이 켜지고 또 한번 당기면 불이 꺼지는 당김줄스위치가 설치된 100개의 전등이 있다. 매 전등에는 번호 1부터 100까지 달아주었다. 1부터 100까지 번호를 받은 100명의 학생들이 1번부터 차례로 자기 번호의 배수로 되는 전등번호의 줄을 당긴다. 처음에 전등에 불이 꺼진 상태였다면 100명의 학생이 줄을 다 당기고 난 후 불이 켜져있는 전등들은 몇번째 전등들이겠는가?

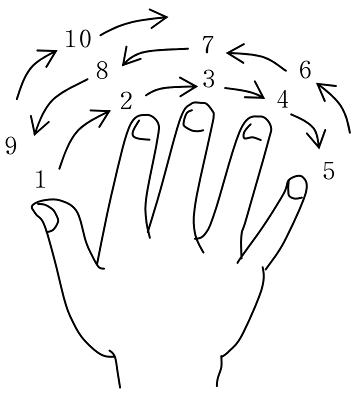
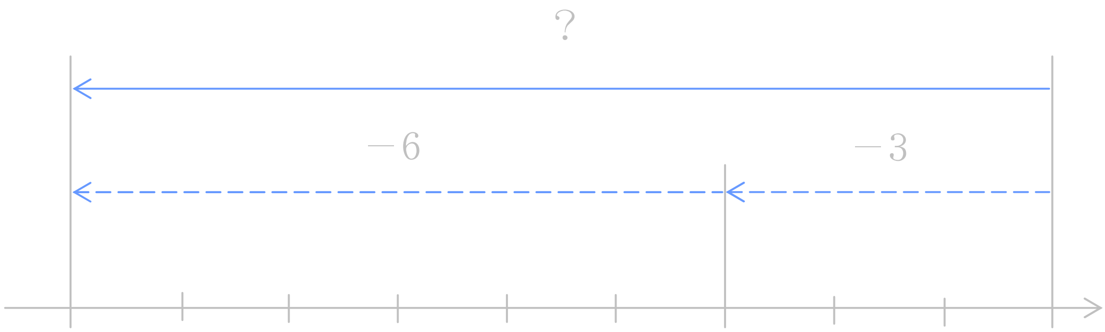
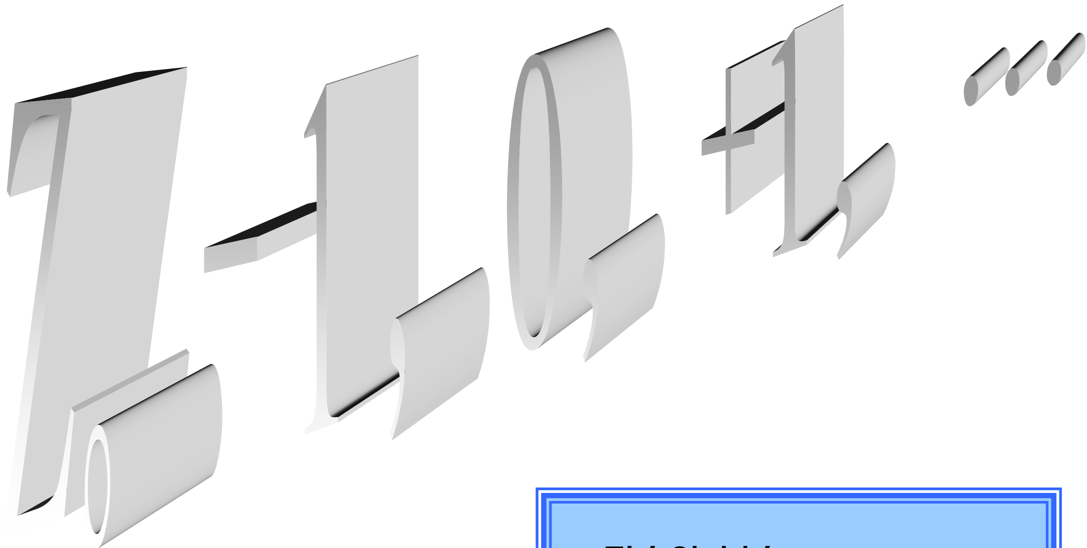


그림 1－12

22. 책상에 1 978개의 연필이 있다. 두 학생이 한번에 1개 혹은 2개의 연필을 잡는다. 마지막 연필을 잡는 학생이 이긴다. 이 놀이에서 어느 학생이 이기며 이기자면 어떻게 하여야 하는가?

제2장. 옹근수





정수와 부수

옹근수의 더하기와 덜기

옹근수의 곱하기와 나누기

제1절. 정수와 부수

1. 부수

온도계에서 0℃를 기준으로 0℃보다 높은 온도는 령상 1℃, 령상 2℃, 령상 3℃, …라고 하고 0℃보다 낮은 온도는 령하 1℃, 령하 2℃, 령하 3℃, …라고 한다.

0℃보다 높은 온도를 1℃, 2℃, 3℃로, 0℃보다 낮은 온도를 −1℃, −2℃, −3℃로 표시하면 령상, 령하라는 말을 쓰지 않아도 편리하게 온도를 나타낼수 있다.

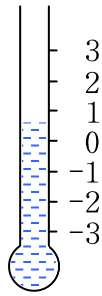


그림 2−1

해보기 1. 그림 2−2에서 두 기차가 역으로부터 북쪽과 남쪽으로 각각 3km 되는 곳에 있다.
역으로부터 북쪽에 있는 기차의 위치를 3km라고 하면 남쪽에 있는 기차의 위치는 어떻게 표시할수 있겠는가?

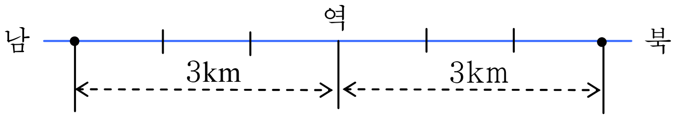


그림 2−2

2. 공장에서 제품을 생산한 량과 판매한 량을 어떻게 표시할수 있겠는가?

우에서 제시된 량들은 서로 반대의 뜻을 가지고있다.

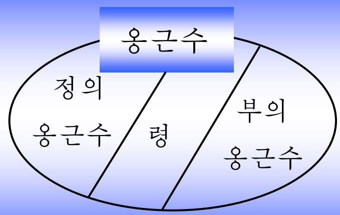
> 지금까지 써온 수를 **정수**라고 부르고 정수앞에 −3, −5와 같이 부호 《−》를 단 새로운 수를 **부수**라고 부른다.
>
> 부수 −3, −5를 《미누스 3》, 《미누스 5》라고 읽는다.
>
> 0은 정수도 부수도 아니다.

3, 5, 6이 정수라는것을 뚜렷이 밝혀야 할 때는 그앞에 부호 《+》를 달아서 +3, +5, +6으로 쓰고 《플루스 3》, 《플루스 5》, 《플루스 6》이라고 읽는다.

정수 1, 2, 3, …을 **정의 옹근수**, 부수 −1, −2, −3, …을 **부의 옹근수** 라고 부른다.

정의 옹근수, 부의 옹근수, 령을 통털어 **옹근수**라고 부른다.

옹근수전체의 모임을 Z로 표시한다.



문 제

1. 다음 글에 나오는 수들을 정수와 부수로 표시하여라.
   1) 어떤 역으로부터 동쪽으로 12km, 서쪽으로 8km
   2) 지상 500m, 지하 120m
   3) 5시간후, 5시간전, 19일전, 19일후
   4) 2분씩 늘어났다, 2분씩 줄어들었다.
   5) 바다물면으로부터 땅우로의 높이를 해발높이, 바다밑으로의 길이를 수심 또는 바다깊이라고 부른다.

      백두산의 해발높이 2 750m

      정일봉의 해발높이 1 798m

      조선동해의 평균깊이 1 668m, 최대깊이 3 699m

      조선서해의 평균깊이 39m, 최대깊이 118m

      조선남해의 평균깊이 381m, 최대깊이 2 999m

   부호를 달아 표시하여라.
2. 평양에서 북남으로 뻗은 철길을 따라 기차가 다음과 같은 곳을 지난다. 이곳 위치들을 말해보아라.
   1) 24km 되는 곳　　2) −24km 되는 곳
   3) −36km 되는 곳　　4) 36km 되는 곳
3. 어떤 공장창고에 물건이 들어온 량을 정수로, 나간 량을 부수로 표시하였다. 다음것을 보고 들어온 량과 나간 량을 말하여라.

   100개, 650kg, 170상자, −80개, −470kg, −20상자, 650포대, −300포대
4. 온도가 −5℃였다. 온도가 다음과 같이 변할 때 온도계의 눈금은 몇℃를 나타내겠는가?

   +1℃, +4℃, +7℃, −2℃, −5℃
5. 온도가 −2℃였다. 시간이 지나면서 온도가 다음과 같이 되였다면 온도는

몇℃ 변하였는가?

$$+2℃, \ +4℃, \ +11℃, \ +1℃, \ -6℃$$

2. 수축과 반대수

알아보기 수축에서 부수까지 표시하도록 하려면 어떻게 해야 하겠는가 생각해보아라.

새로 받아들인 부수까지 직선의 점으로 표시하기 위하여 수축을 원점에서 반대쪽으로 늘인다. 그리고 정수 3을 표시하는 점과 원점으로부터 반대쪽으로 같은 거리에 있는 점에 부수 −3을 표시한다.

이렇게 하면 부수도 수축의 점으로 표시된다.

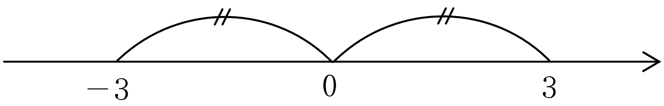
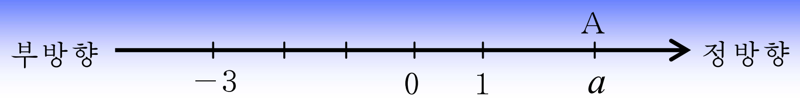


그림 2−3

원점에서 정수를 보는쪽을 **정방향**, 부수를 보는쪽을 **부방향**이라고 부른다. 정방향은 화살을 달아 표시한다.



점 A의 자리를 표시하는 수 a를 **점 A의 자리표**라고 부르고 A(a)와 같이 표시한다.

알아보기 그림에서 화살 AB 와 CD는 각각 어느쪽으로 향하였는가? 그 길이는 얼마인가?

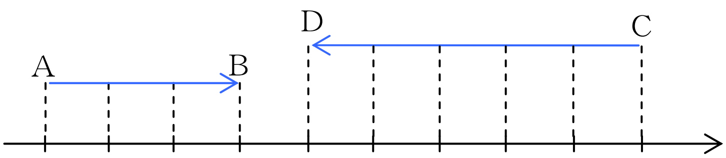


그림 2−4

수축에서 정방향으로 향하고 길이가 3인 화살을 수 3으로 표시한다.

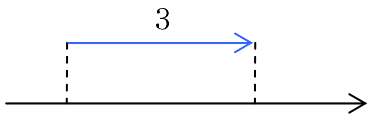


그림 2-5

수축에서 부방향으로 향하고 길이가 5인 화살을 수 -5로 표시한다.

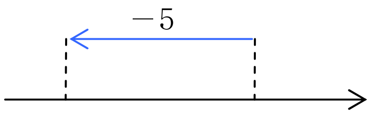


그림 2-6

문 제

1. 다음과 같은 점들을 수축에 표시하여라.

   A(3), B(-3), C(-5), D(5), E(4)

2. 수축에서 점 A, B, C의 자리표를 써라.

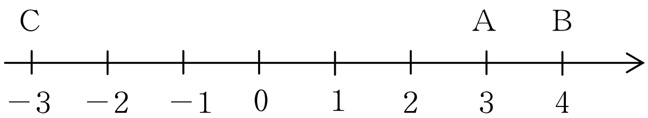


그림 2-7

3. 수축에 -3에서 3까지의 옹근수들을 다 써넣어라.
4. 수축에 한 점 A(a)를 찍어라.
   1) 점 A를 정방향으로 3만큼 옮겨간것을 화살로 표시하여라.
   2) 점 A를 부방향으로 2만큼 옮겨간것을 화살로 표시하여라.
5. 다음과 같이 변한것을 수축에 화살로 표시하여라.
   1) 온도가 -3℃였다가 2℃ 변하였다.
   2) 온도가 -2℃였다가 -5℃ 변하였다.
6. 수축에서 점 A를 시작점, B를 끝점으로 하는 화살을 표시하여라.
   1) A(1)과 B(2)　　　2) A(-2)와 B(1)
   3) A(3)과 B(-2)　　　4) A(-1)과 B(-4)

찾기 수축에서 점 A와 B는 원점에 관하여 서로 반대쪽에 놓이면서 원점으로부터 같은 거리에 있다.

1) 점 A(3)일 때 B의 자리표는 얼마인가?

2) 점 A(-4)일 때 B의 자리표는 얼마인가?

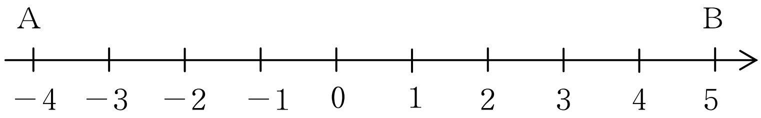
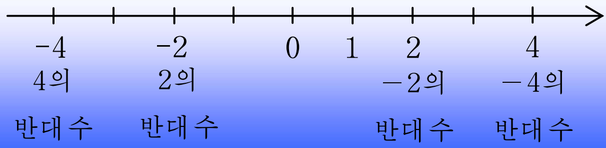


그림 2－8

반 대 수

－2와 2, 4와 －4와 같이 수축에서 원점으로부터 서로 반대쪽으로 같은 거리에 있는 부호가 다른 두 수를 각각 서로 **반대수**라고 부른다.



(주의) 0의 반대수는 0자체이다.

례 1 1) 5의 반대수는 －5이다.
2) －15의 반대수는 15이다.

어떤 수의 반대수의 반대수는 그 수자체이다.

$$-(-a)=a$$

례 2 3의 반대수는 －3, －7의 반대수는 －(－7)＝7

문 제

1. 그림 2－9와 그림 2－10을 보고 □안에 알맞는 수를 써넣어라.

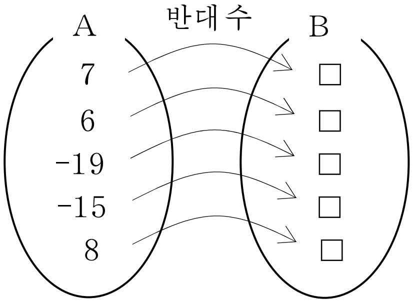


그림 2－9

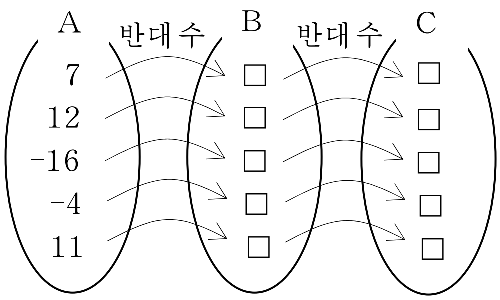


그림 2－10

2. 다음것을 구하여라.

1) $-(+7)$ 2) $-(+6)$ 3) $-(-5)$ 4) $-[-(-3)]$

3. 1) m이 -9, 26, -2, -3일 때 $-m$은 얼마인가?

2) $-m$이 27, -7, -3, -82일 때 m은 얼마인가?

4. 다음것에 맞는 수 x를 구하여라.

1) $-x=2$ 2) $-x=-20$ 3) $-x=17$

5. 1) x가 23, -7, -31, 2일 때 $-x$는 얼마인가?

2) y가 4, -24, -3, 2일 때 $-(-y)$는 얼마인가?

3. 절대값과 수의 비교

알아보기 수축에서 다음 수를 표시하는 점은 원점으로부터 얼마나 떨어져있는가?

1) 4, -4 2) 2, -2 3) 5, -5

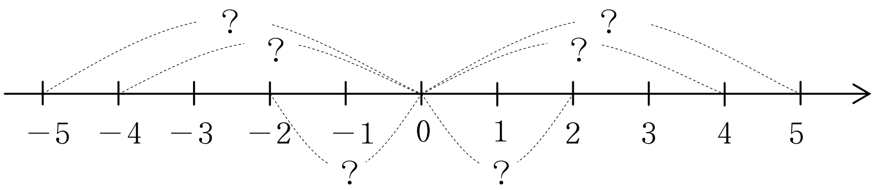


그림 2−11

정수 4는 원점으로부터 4만 한 거리에 있고 -4도 원점으로부터 4만 한 거리에 있다.

절대값

수 a가 정수이거나 0이면 그자체를, 수 a가 부수이면 그 반대수를 수 a의 **절대값**이라고 부르고 $|a|$와 같이 표시한다.

$$|a|=\begin{cases} a: & a\text{가 정수일 때} \\ 0: & a\text{가 0일 때} \\ -a: & a\text{가 부수일 때} \end{cases}$$

$|a|$는 원점으로부터 점 a까지의 거리를 나타낸다.

례 1 $|3|=3$, $|-4|=4$, $|0|=0$

문 제

1. 다음 수들의 절대값을 구하여라.

$$6,\ -7,\ -(-5),\ -[-(-4)]$$

2. 다음 식에 맞는 옹근수 x를 구하여라.

   1) $|x|<4$ 2) $|x|>-2$ 3) $|x|>-x$

   4) $|x|<0$ 5) $|x-5|>0$ 6) $|x+1|<0$

3. $|x|>2$에 맞는 수 x는 $|-x|>2$에 맞는 수 x와 같다. 왜 그런가?

4. 다음과 같은 수를 구하여라.

   1) 절대값이 121인 정수 2) 절대값이 37인 부수

5. 서로 반대인 두 수가운데서 큰 수가 그 두 수의 절대값이다. 옳은가 따져보아라.

6. 다음 식이 성립하는 a는 정수인가, 부수인가?

   1) $|a|=a$ 2) $|a|>a$

   3) $|a|=-a$ 4) $|a|>-a$

7. 다음것이 옳은가?

   1) $|m|=|n|$이면 $m=n$ 2) $|m|=|n|$이면 $m^2=n^2$

해보기 1. 다음 수들을 크기의 차례로 쓰고 수축에 표시하여라. 수축에서 큰 수가 작은 수의 어느쪽에 놓이는가?

$$2,\ 7,\ 4,\ 6$$

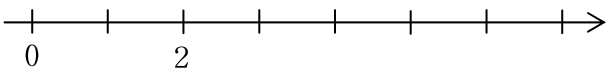


그림 2－12

2. 아래의 두 수가운데서 어느것이 수축에서 오른쪽에 있는가?

2와 4, －3과 －4, 3과 －2, －4와 5

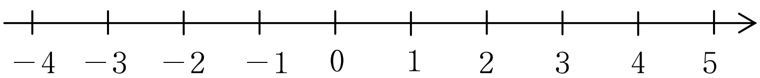


그림 2－13

수축에서 정수는 오른쪽에 놓이는 점에 표시되는 수가 왼쪽에 놓인 점에

표시되는 수보다 더 크다.

부수도 수축에서 오른쪽에 놓이는 점에 표시되는 수가 그보다 왼쪽에 놓인 점에 표시되는 수보다 크다고 본다.

례 2 $-8<5$, $-3<0$, $2<3$, $0<4$, $-5<-2$

알아보기 정수에서는 절대값이 큰 수가 큰가, 작은 수가 큰가? 부수에서는?

수의 크기 비교

1) 정수는 절대값이 클수록 크다.
2) 정수는 0보다 크고 부수는 0보다 작다.
3) 부수는 절대값이 클수록 작다.

a가 정수라는것을 $a>0$, a가 부수라는것을 $a<0$으로 표시한다.

$a>b$이거나 $a=b$라는것을

$$a \geq b \text{ 또는 } b \leq a$$

와 같이 쓰고 《a는 b보다 작지 않다.》, 《b는 a보다 크지 않다.》 또는 《a는 b이상》, 《b는 a이하》라고 말한다.

문 제

1. 다음 수들을 작은 수부터 차례로 써라.

$$6,\ 8,\ -9,\ 7,\ -16,\ -2,\ -1$$

2. 다음 수들은 정수이겠는가 부수이겠는가?

1) 1보다 큰 수　2) 0보다 작은 수　3) 0보다 큰 수
4) 2보다 크지 않은 수　5) 3이상인 수　6) 6이하인 수
7) 6보다 작지 않은 수　8) 5미만인 수

3. 정의 옹근수와 부의 옹근수에서 제일 큰 수, 제일 작은 수가 있는가?

4. 다음 말을 $>$, $<$, $\geq$, $\leq$를 써서 표시하여라.

1) 4는 정수이다.　2) -9는 부수이다.　3) 3은 부수가 아니다.
4) -6은 정수가 아니다.　5) m은 정수이다.　6) b는 정수가 아니다.
7) n은 부수가 아니다.　8) x는 y보다 작지 않다.
9) m은 n보다 크지 않다.

5. x와 y는 정수, a와 b는 부수다. 다음 두 수를 <, >를 써서 비교하여라.

1) 0과 x　　2) 0과 a　　3) x와 a　　4) y와 b

련습문제

1. 다음 글에 나오는 수들을 정수와 부수로 표시하여 문장을 다시 만들어라.
   1) 오늘 기온은 평년보다 5℃ 높다.
   2) 이달에는 전 달보다 15t의 세멘트를 적게 썼다.
2. $a<0$일 때 다음 수들은 정수인가 부수인가?

$$+a,\ -(-a),\ +(-a),\ -(+a)$$

3. 다음 수들을 부호 《+》나 《-》를 달아서 표시하여라.
   1) 0보다 5만큼 작은 수　　2) 0보다 6만큼 큰 수
4. 다음 수들은 정수인가 부수인가?

$$-4,\ -(-3),\ +(-7),\ -(+9)$$

5. 수축에서 점 M이 A(-3)으로부터 B(2)까지 움직이였다. 점 M이 움직여간 거리를 구하여라.
6. 다음 식에 맞는 옹근수 x를 다 써라.
   1) $-6<x<2$　　2) $-3\leq x<4$
   3) $-1<x<1$　　4) $-2\leq x\leq 3$
7. □안에 알맞는 수를 써넣어라.
   1) 0보다 6만큼 큰 수는 □이다.　　2) -1보다 3만큼 작은 수는 □이다.
8. 수축에서 $a<b$이면 $-a>-b$라는것을 설명하여라.
9. 다음과 같은 수는 어떤 수인가?
   1) 절대값이 5보다 크지 않은 옹근수
   2) 절대값이 3이하인 부의 옹근수　　3) 절대값이 2보다 작은 옹근수
10. 다음 식에 맞는 수 x를 수축에 표시하여라.
    1) $x<5$　　2) $x\leq -1$　　3) $|x|>2$　　4) $|x|\geq -3$
11. 수축에서 다음것을 지적하여라.
    1) 점 A(-2)를 정방향으로 5만큼 옮긴 점 B의 자리표
    2) 점 B(6)을 부방향으로 7만큼 옮긴 점 A의 자리표
    3) 점 C를 정방향으로 2만큼 옮긴 점이 D(-3)일 때 점 C의 자리표
    4) 점 D를 부방향으로 14만큼 옮긴 점이 C(-2)일 때 점 D의 자리표
12. 다음 수들은 어떤 수인가?
    1) 2보다 크고 4보다 작은 수　　2) -4와 1사이에 있는 수
    3) -3이상이며 1보다 작은 수　　4) 5이하이며 -1이상인 수

13. 다음 식을 보고 수 a와 b의 크기관계를 표시하여라.

1) $|a|>|b|$　　　　　　2) $|a|\leq|b|$

14. 다음 식을 보고 두 수 a와 b의 절대값의 크기관계를 표시하여라.

1) $a>b$　　　　　　2) $a\leq b$

제2절. 옹근수의 더하기와 덜기

1. 더하기

알아보기 다음 문제를 수축에서 생각해보고 □안에 알맞는 수를 써넣어라.

1) 아침에 바깥온도가 3℃였다. 낮에 아침보다 5℃ 더 올랐다. 낮에 바깥온도가 얼마이겠는가?

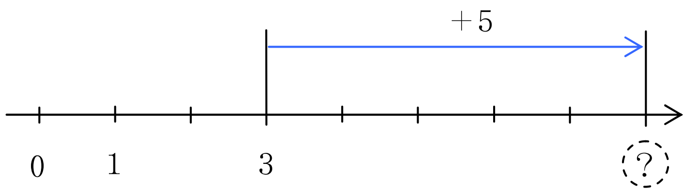


그림 2-14

$(+3)+(+5)=\square$

2) 바깥온도가 저녁에 3℃ 내려가고 새벽에 6℃ 더 내려갔다. 밤동안에 바깥온도가 얼마나 변했는가?

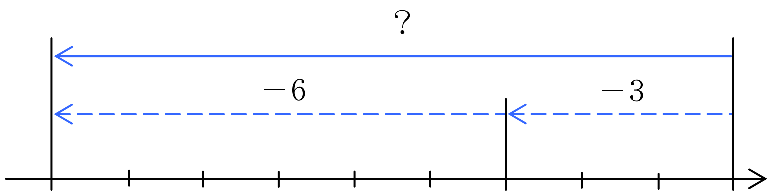


그림 2-15

$(-3)+(-6)=\square$

부호가 같은 두 수의 더하기

부호가 같은 두 수를 더하자면 두 수의 절대값의 합에 주어진 수의 부호를 단다.

례 1 1) $(+7)+(+5)=+(7+5)=12$

2) $(-8)+(-7)=-(8+7)=-15$

3) $(-5)+(-6)+(-14)=-(5+6+14)=-25$

문 제

1. 다음것을 계산하여라.

   1) $-73+(-17)$ 2) $-70+(-91)$

   3) $|-195+(-416)|$ 4) $|-4+(-106)|$

2. $x=32$, $y=93$일 때

   1) $(x+y)+(+73)$ 2) $7+(x+y)$

3. 한 저수지에서 논밭에 물을 대느라고 물을 뺀다. 첫날에는 물면의 높이가 −12cm, 둘째 날에는 −17cm, 셋째 날에는 −10cm 변하였다. 3일동안에 저수지 물면의 높이가 얼마나 변하였겠는가?

4. □안에 >, =, <가운데서 알맞는것을 써넣어라.

   1) $-25+(-12)\square-40$ 2) $-59+(-12)\square-34$

   3) $|-127+(-291)|\square|-561|$ 4) $-75+(-36)\square 19$

5. 저녁에 바깥온도가 −12℃였다. 밤동안에 −5℃ 변하고 새벽녘에 2℃ 더 내려간다. 아침에 바깥온도는 몇℃로 되였겠는가?

6. 1) $x=-15$, $y=-23$일 때 $(x+y)+(-49)$

   2) $x=-96$, $y=-14$일 때 $-57+(x+y)$

알아보기 다음 문제를 수축에서 생각해보고 □안에 알맞는 수를 써넣어라.

1) 낮에 바깥온도가 6℃였다. 저녁에는 낮보다 3℃ 내려갔다. 저녁에 바깥온도는 얼마이겠는가?

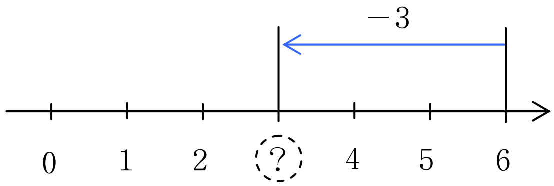


그림 2−16

$(+6)+(-3)=\square$

2) 바깥온도가 낮에는 4℃ 올라갔다가 밤에는 6℃ 내려갔다.

바깥온도가 얼마나 변하였는가?

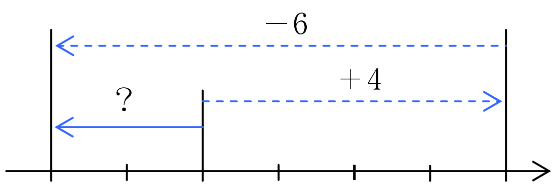


그림 2−17

$(+4)+(-6)=\square$

부호가 다른 두 수의 더하기

부호가 다른 두 수를 더하자면 두 수의 절대값의 차에 절대값이 큰 수의 부호를 단다.

(주의) 서로 반대인 두 수의 합은 0이다.

례 2 1) $(+8)+(-13)=-(13-8)=-5$

2) $(-3)+(+9)=+(9-3)=+6$

3) $3+(-3)=0,\qquad (-5)+5=0$

문 제

1. 다음것을 계산하여라.

1) $-24+60$　2) $150+(-200)$　3) $|-7+12|$

4) $135+(-65)$　5) $(5+63)+(-49)$　6) $|-25+(-75)|+(-93)$

2. □에 $>$, $=$, $<$가운데서 알맞는것을 써넣어라.

1) $-78+(-22)\square 101$　2) $2709+(-2721)\square -12$

3) $-900+100\square -799$　4) $|306+(-307)|\square|-9|$

3. 아침에 바깥온도가 −12℃였다. 낮에 4℃ 올랐다. 낮에 바깥온도가 몇℃였겠는가?

4. 다음것을 계산하여라.

1) $(5+63)+(-49)$　2) $|-25+(-75)|+93$

3) $78+|65+(-86)|$　4) $24+|79+(-91)|+(-195)$

5. 다음것을 보고 a, b가운데서 절대값이 큰것을 말하여라.

1) $a+b=c$, $a>0$, $c<0$　　　　2) $a+b=c$, $b<0$, $c>0$

6. 다음것을 보고 a, b가 정수인가 부수인가를 따져보아라.

$$a+b<0,\quad |a|>|b|$$

2. 덜기

알아보기

3－3＝0
3－2＝1
3－1＝2
3－0＝3

더는수가 1씩 작아지면 차는 1씩 커진다.

부수의 덜기도 이처럼 생각하면

3－3＝0	3＋(－3)＝0
3－2＝1	3＋(－2)＝1
3－1＝2	3＋(－1)＝2
3－0＝3	3＋0＝3
3－(－1)＝4	3＋1＝4
3－(－2)＝5	3＋2＝5
3－(－3)＝6	3＋3＝6

우의것을 보고 무엇을 알수 있는가?

덜기

어떤 수를 더는것은 그 반대수를 더하는것과 같다.

$$a-b=a+(-b)$$

례 1 1) $3-7=3+(-7)=-4$

2) $(-5)-(-9)=(-5)+9=4$

례 2 $73-(-68)=73+68=141$

례 3 $(-2)-(-25)=(-2)+25=23$

례 4 $12-21=12+(-21)=-9$

문 제

1. 다음것을 계산하여라.

1) $(-325)-(+75)$ 2) $127-(-114)$ 3) $-259-(-132)$

4) $-35-51$ 5) $-167-9$ 6) $0-146$

7) $-19-0$ 8) $27-(-14)-6$

2. $a=-13$, $b=-26$일 때 다음것을 계산하여라.

1) $(a+b)-(a-b)$ 2) $(a-b)-(a+b)$

3) $a+(b-a)-b$ 4) $-b-(-a-b)-a$

3. 다음 식에 맞는 x를 구하여라.

1) $3+x=7$ 2) $x+4=-15$

3) $-x+15=7$ 4) $13+(-x)=6$

4. 다음것을 보고 수 a, b의 부호와 이것들가운데서 어느것이 절대값이 더 큰가를 밝혀라.

1) $a-b=c$, $a>0$, $c<0$ 2) $a-b=c$, $b>0$, $c>0$

5. 다음것을 보고 a, b가 정수인가 부수인가를 따져보아라.

$$a-b<0,\ |a|>|b|$$

3. 더하기의 성질

알아보기 1. 두 옹근수 a와 b를 더하면 그 합도 옹근수이겠는가? 두 옹근수 a, b의 차도 옹근수이겠는가?

옹근수 ± 옹근수 = 옹근수

2. 다음 두 식의 값을 비교하여라.

1) $2+(-5)$와 $(-5)+2$

2) $[3+(-4)]+(-7)$과 $3+[-4+(-7)]$

더하기의 성질

$a+b=b+a$ (바꿈법칙)

$(a+b)+c=a+(b+c)$ (묶음법칙)

$a+0=0+a=a$

$a+(-a)=(-a)+a=0$

례 1 $6+(2-5)=(6+2)-5=8-5=3$

례 2 $-5+7+15=-5+15+7=10+7=17$

해보기 식 $2-(-8)-(-5)-4$를 더하기만으로 된 식으로 고쳐보아라.

$$2-(-8)-(-5)-4=2+\square+5+(-4)$$

식을 더하기만 들어있는 식으로 고쳤을 때 매개 수를 주어진 **식의 마디**라고 부른다.

$$\underline{2}+\underline{8}+\underline{5}+(\underline{-4})$$

마디

괄호앞에 《+》가 있으면 괄호를 풀면서 그안에 있던 매개 마디를 그대로 이어쓴다.

괄호앞에 《−》가 있으면 《−》를 떼여버리고 괄호를 풀면서 그안에 있던 매개 마디를 반대수로 고쳐서 이어쓴다.

례 3 $6+(3-4)-(-7+5)=6+3-4+7-5$

문 제

1. 다음것을 계산하여라.

1) $-19+5+(-5)+19$ 2) $40+17+(-35)+(-17)$

3) $-6+(-370)+(-10)+37$ 4) $416+92+(-8)+(-416)$

2. 다음것을 어떻게 계산하였는가를 ( )안에 밝혀라.

1) $-15+7+(-7)+5=-15+[7+(-7)]+5$ (   )

$=-15+0+5$ (   )

$=-10$

2) $8+(-5)+(-4)+2=8+2+(-5)+(-4)$ (   )

$=(8+2)+[-5+(-4)]$ (   )

$=10+(-9)$ (   )

$=1$

3) $-24-16+23-10+(-3)-(-7)$

$=-24+(-16)+23+(-10)+(-3)+7$ (   )

$=[-24+(-16)+(-10)+(-3)]+(23+7)$ (   )

$=-53+30$ (   )

$=-23$

3. 다음 식의 마디들을 말하여라.

1) $2-7$　　2) $-3+5-6-15$

3) $5+(-7)-4+6-(-9)$　　4) $6-(-3)+(7-1)-(-9)$

4. 다음 식에서 괄호를 풀어라.

1) $-3+5-(-1)+(-9)-(-7)$　　2) $-4+(3-6)$

3) $7-(-875)+(134)-(-125)$　　4) $-5+(-3+15-4)$

5. 다음것을 구하여라.

1) -3과 10사이에 있는 모든 옹근수들의 합

2) -100과 101사이에 있는 모든 옹근수들의 합

련습문제

1. 다음것을 계산하여라.

1) $(+5)+(+3)$　　2) $(-14)+(-15)$　　3) $120+(-170)$

4) $-250+100$　　5) $-9+(-9)+18-(-15)$

6) $-129-(-177)+(-159)$　　7) $-180-(-60)+(-500)$

8) $27-8+(-9)-(-175)$

2. 다음 표에 알맞는것을 써넣어라.

a	b	$-a+b+14+a-62$	$-56-a+b+57$
42	-75		
-84	121		

3. 어느 한 지방에서 11월 한주일동안 바깥온도를 잰 값이 다음과 같다.

날자 / 온도	16일	17일	18일	19일	20일	21일	22일
새벽	2℃	-2℃	-3℃	-6℃	-1℃	0℃	-4℃
낮	5℃	4℃	1℃	-1℃	0℃	1℃	1℃

매일 새벽과 낮사이의 온도변화를 구하여라.

4. □안에 $+$, $-$가운데 알맞는것을 써넣어라.

1) $7-16=7+(\square 16)$　　2) $25-(\square 41)=25+41$

3) $3+(\square 6)+(\square 5)+11=3-6-5+11$

5. □안에 $>$, $=$, $<$가운데서 알맞는것을 써넣어라.

1) $-26+(-22)\square -45$　　2) $195+(-139)\square -34$

3) $|-12+(-92)|\square|-47|$　　　　4) $|5+(-24)|\square 5+|-24|$

6. 다음것이 a, b의 절대값의 크기에 관계없이 늘 성립하려면 a, b가 정수여야 하겠는가, 부수여야 하겠는가?

1) $a+b>0$　　2) $a-b>0$　　3) $a+b<0$　　4) $a-b<0$

7. 다음것을 보고 b가 정수인가 부수인가를 밝혀라.

1) $a+b=c$, $a<c$　　2) $a+b=c$, $a>c$

3) $a-b=c$, $a<c$　　4) $a-b=c$, $a>c$

8. a, b에 대하여 늘 $a+b>a-b$라고 말할수 있겠는가?

9. $x+y<|x|+|y|$가 늘 성립하려면 x, y는 어떤 수여야 하겠는가?

10. 다음것에 맞는 x를 구하여라.

1) $x-3+3=9$　　2) $-x+2-7=-1$

3) $5-|x|+2=-1$　　4) $|-11-2-x|=6$

11. 한 직장안에 있는 6개 작업반의 한달동안 공작기계생산정형을 총화하였다. 1작업반은 계획보다 +3대, 2작업반은 +1대, 3작업반은 −2대, 4작업반은 +2대, 5작업반은 +4대, 6작업반은 +2대 더 생산하였다. 그리하여 모두 47대의 공작기계를 생산하였다. 이 직장의 한달동안의 계획이 얼마였는가?

12. 다음 식의 마디를 말하여라.

1) $3+(-5)-7-(-13)+(-1)$　　2) $-15-19-(-18)+71+9$

3) $-13-(-5+6-13)+(-9)-7+13$

13. 다음것을 보고 a, b, c가 정수인가 부수인가를 말하여라.

$$a+b-c<0,\ b-c>0,\ |b|>|c|,\ |a|>|c|$$

14. $a+b=c$이다. 다음것을 보고 a, b, c가 정수인가 부수인가를 말하여라.

1) $|a|+|b|=c$　　2) $|a|+|b|=|c|$

3) $|a|-|b|=c$　　4) $|a|-|b|=|c|$

제3절. 옹근수의 곱하기와 나누기

1. 곱하기

알아보기　1. $4\times3=12$

$4\times2=8$

$4\times1=4$

$4\times0=0$

우의 식에서 곱하는 인수가 1씩 작아지면 적은 4씩

작아진다. 계속 이처럼 생각하면

$4\times3=12$

$4\times2=8$

$4\times1=4$

$4\times0=0$

$4\times(-1)=-4$

$4\times(-2)=-8$

$4\times(-3)=-12$

… … …

정수와 부수의 적은 무슨 수가 되는가?

2. 다음것을 보고 부수와 정수, 부수와 부수를 곱한 적에 대하여 말해보아라.

$3\times4=12$	$(-3)\times4=-12$
$2\times4=8$	$(-3)\times3=-9$
$1\times4=4$	$(-3)\times2=-6$
$0\times4=0$	$(-3)\times1=-3$
$(-1)\times4=-4$	$(-3)\times0=0$
$(-2)\times4=-8$	$(-3)\times(-1)=3$
$(-3)\times4=-12$	$(-3)\times(-2)=6$

곱하기규칙

정수 × 정수 = 정수

부수 × 부수 = 정수

정수 × 부수 = 부수

부수 × 정수 = 부수

례 1 $6\times3=18$

례 2 $(-7)\times(-3)=+(7\times3)=21$

례 3 $8\times(-7)=-(8\times7)=-56$

례 4 $(-4)\times3=-(4\times3)=-12$

문 제

1. 다음것을 계산하여라.

   1) $(-7)\times8$　　　　2) $12\times(-5)$

   3) $(-13)\times1$　　　　4) $|(-20)\times(-10)|$

   5) $(-37)\times10$　　　　6) $132\times(-1)$

2. 그림 2-18을 보고

a	b
15	-12
-16	17
-7	21
18	3

일 때 다음것을 계산하여라.

$a\times b+a\times(-b)$				
$-a\times b-a\times(-b)$				
$-a\times(-b)-(-a)\times b$				
$a\times(-b)-(-a)\times(-b)$				

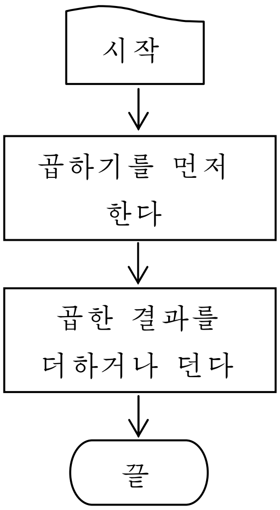


그림 2-18

3. □안에 <, >가운데서 알맞는것을 써넣어라.

   1) $(-39)\times7$□0　　　　2) $75\times(-100)$□0

   3) $27\times(-9)$□27　　　　4) $(-63)\times15$□-63

4. 다음것을 보고 a, b, c가 정수, 부수인가 0인가를 말하여라.

   1) $a\times b<0$, $a>0$　　　　2) $a\times b<0$, $a>b$

   3) $a\times b>0$, $b\times c<0$, $b<c$　　4) $a\times b<0$, $a<b$, $b\times c=0$

5. 1) $x=31$일 때 $-x-20-x-20-x-20=?$

   2) $a=-13$일 때 $-a+12-a+12-a+12-a+12=?$

6. 어떤 물통의 물을 뺄 때 높이가 1분동안에 -12cm씩 변한다. 4분후에 물면의 높이는 얼마나 변하겠는가?

2. 나누기

알아보기　나누기 $a\div b$는 $b\times x=a$(또는 $x\times b=a$)에 맞는 x를

구하는것이다. 곱하기규칙으로부터 나누기규칙을 생각해내여라.

나누기규칙

정수 ÷ 정수 = 정수
부수 ÷ 부수 = 정수
정수 ÷ 부수 = 부수
부수 ÷ 정수 = 부수

례 1 $15\div5=3$

례 2 $-15\div(-5)=15\div5=3$

례 3 $-15\div5=-(15\div5)=-3$

례 4 $15\div(-5)=-(15\div5)=-3$

부의 옹근수에서도 2의 배수를 짝수, 2의 배수가 아닌것을 홀수라고 부른다.

… -4, -2, 0, 2, 4 …: 짝수

… -5, -3, -1, 1, 3, …: 홀수

알아보기 다음 곱하기에 맞는 x가 있겠는가?

$$x\times(-3)=0$$
$$x\times0=(-3)$$

옹근수에서도 0으로의 나누기는 하지 않는다.

문 제

1. 다음것을 계산하여라.
   1) $(-144)\div12$　　2) $482\div(-482)$
   3) $(-950)\div95$　　4) $(-542)\div(-271)$
   5) $1001\div(-13)$　　6) $(-80)\times(-91)\div91$
2. 다음것에 맞는 수 x를 구하여라.
   1) $(-75)\times x=4725$　　2) $-x\times(-34)=1564$
   3) $(-91)\times x=-1001$　　4) $x\times(-81)=891$

3. 그림 2-19를 보고

a	b
195	-13
-24	6
-121	-11

일 때 다음것을 계산하여라.

$a\div b+a\div(-b)$			
$-a\div b-a\div(-b)$			
$-a\times(-b)-(-a)\div b$			
$a\div(-b)-(-a)\div(-b)$			

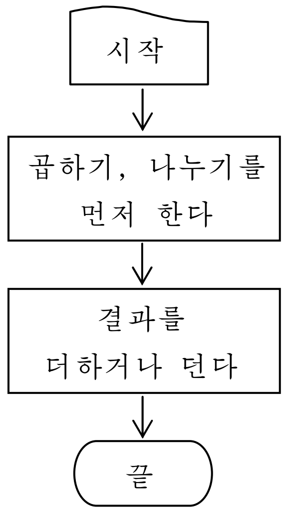


그림 2-19

4. 1) 두 수의 평균값이 -46이고 한 수는 다른 수보다 12만큼 크다. 두 수를 구하여라.
   2) 두 수의 합은 -13이고 차는 23이다. 이 두 수를 구하여라.

5. 부의 옹근수에서도 $(-15)\div 3=-5$와 같이 완제될 때 -15를 3의 배수, 3을 -15의 약수라고 부른다.
   1) 다음 수들의 약수를 말하여라.

   $$1,\ -1,\ 2,\ -2,\ -6,\ 12$$

   2) 다음 수들의 배수를 10개씩 말하여라.

   $$1,\ -1,\ 2,\ -3,\ 4,\ -6$$

6. 다음것을 보고 a, b가 정수인가 부수인가를 말하여라.
   1) $a\div b>0,\ a>0$　　2) $a\div b>0,\ b<0$
   3) $a\div b<0,\ a>b$　　4) $a\div b<0,\ a<b$

3. 곱하기의 성질

알아보기 두 옹근수를 곱하면 그 적도 옹근수이겠는가를 따져보아라.

$$\text{옹근수} \times \text{옹근수} = \text{옹근수}$$

례 1 수 0과 1, -1만을 가진 모임에서 곱하기를 하면 그 적도 늘 이 모임에 드는 수라는것을 따져보아라.

(풀이) 수 -1, 0, 1로 곱하기를 할수 있는 모든 경우를 생각해보자.

$(-1)\times(-1)=1$　　$0\times(-1)=0$　　$1\times(-1)=-1$

$(-1)\times 0=0$　　$0\times 1=0$　　$1\times 0=0$

$(-1)\times 1=-1$　　$0\times 0=0$　　$1\times 1=1$

그러므로 이 모임에 들어있는 두 수를 곱한 적도 이 모임에 드는 수이다.

알아보기 다음것이 옳은가 따져보아라.

1) $2\times(-3)=(-3)\times 2$　　2) $[5\times(-7)]\times 6=5\times[(-7)\times 6]$

3) $2\times[(-3)+(-5)]=2\times(-3)+2\times(-5)$

곱하기의 성질

$a\times b=b\times a$ (바꿈법칙)

$(a\times b)\times c=a\times(b\times c)$ (묶음법칙)

$a\times(b+c)=a\times b+a\times c$ (분배법칙)

문 제

1. 두 짝수를 곱하면 그 적도 짝수이겠는가?
2. 두 홀수를 곱하면 그 적도 홀수이겠는가?
3. 다음것을 계산하여라.

1) $-5\times 12\times(-20)\times(-2)$　　2) $40\times(-175)+40\times(-25)$

3) 498×500　　4) $4\times(-12)+(-5)\times(-8)+16$

5) $(-4)\times 18\times(-25)\div(-9)$　　6) $-125\times(-110)\times(-8)+18$

7) $225\times(-2004)$　　8) $16\times(-499)$

해보기 다음 곱하기를 제곱으로 표시하고 적의 부호를 따져보아라.

1) $(-1)\times(-1)\times(-1)\times(-1)$

2) $(-1)\times(-1)\times(-1)$

3) $3\times 3\times 3$

4) $(-3)\times(-3)\times(-3)$

5) $(-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3)$

$a<0$일 때

n이 짝수이면 $a^n>0$이다.

n이 홀수이면 $a^n<0$

n: 자연수

해보기 다음것이 옳은가를 따져보아라.

1) $(-3)^2\cdot(-3)^3=(-3)^{2+3}=(-3)^5$

2) $[(-2)^2]^3=(-2)^6$

3) $[(-3)\times(-2)]^2=(-3)^2\times(-2)^2$

부의 옹근수에서도 정의 옹근수에서와 같이 지수법칙이 그대로 성립한다.

$a^m\cdot a^n=a^{m+n}$

$(a^m)^n=a^{m\cdot n}$

$(a\cdot b)^n=a^n\cdot b^n$

m, n: 자연수

례 2 다음 수가 정수인가 부수인가?

1) $(-17)^5$

(풀이) 5가 홀수이므로 $(-17)^5<0$

2) $(-375)^2\times(-25)^3$

(풀이) $(-375)^2>0$

$(-25)^3<0$

따라서 $(-375)^2\times(-25)^3<0$

문제

1. 다음 식에서 옳은것과 옳지 않은것을 가려내여라.

1) $-1=(-1)^{100}$　　2) $2=(-1)^{49}\times2$

3) $-5=(-1)^{54}\times5$　　4) $(-6)^3=(-2)^3\times3^3$

5) $(-12)^4=(-2^8)\times3^4$　　6) $(-5)^2+2^3-3^2=42$

2. 다음 식을 계산하여라.(그림 2-20)

1) $[-3^2+5^2+(-2)^3]\times(-15)$

2) $[(-7)^2+(-6)^3]\times(-1)^4-75\div(-25)$

3) $[216+(-36)]\div(-6)+(12^2-13^2)\div(-5)+(-7)$

4) $(-6)^2\times2^2\div(-3)^2-[(-5)^3+(-3)^4]\div(-11)$

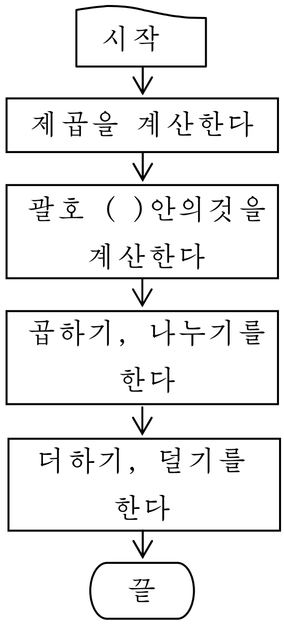


그림 2-20

3. 다음 식을 보고 a, b가 정수인가 부수인가, 어느 수가 더 큰 수인가를 밝혀라.

1) $a^2+b^3<0$　　2) $a^4+b^2>0$

3) $a^4-b^4<0$　　4) $a^3-b^3<0$

4. 다음 식을 계산하여라.

1) $4+[8^2-(-6)^2]$　　2) $(-4)^2+[(-8)^3-144]$

3) $(-3)^7+(-3)$　　4) $6^7-(-9)^4$

5) $(-2310)^3$　　6) $11^2\times27-(-11)^3\times36$

련습문제

1. 다음것을 암산하여라.

1) $5\times(-9)$　　2) $(-8)\times(-7)$　　3) -15×80

4) $16\times(-14)$　　5) $-144\div(-12)$　　6) $169\div(-13)$

2. 다음 계산을 하여라.

1) $12\times(-18)\times3\div(-9)$　　2) $-3\times7-42\div(-3)+9$

3) $-2\times(-45)\times(-5)$　　4) $-4\times38\times(-25)$

5) $11\times(-4)\times(-7)\times25$　　6) $(-2)\times(-50)\times12\times6$

3. 1) 다음 수들의 약수를 불러보아라.

$1,\ -1,\ 8,\ -4,\ -9,\ -12$

2) 다음 수들의 배수를 불러보아라.

$1, -1,\ 2,\ -3,\ -6$

4. 다음 계산을 하여라.

1) $(-8+32)\div(-6)-7$　　2) $(-60)\times40\div(-29+17)$

3) $-1\times[-3+5\times(-2)]+(-4+6)\div(-2)$

4) $-9-(-4+8)+2+(-3)^2\times5$

5) $[(-9)^2-4^2]\div[-5\times(-8-5)]\div(-1)^8$

6) $(-16-24)\div(-5)\div8-5\times2$

5. 수 $-5,\ -4,\ -3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$가운데서 다음 식에 맞는

a를 다 찾아라.

1) $(a-2)(a+2)=12$　　2) $(a-1)(a-3)=-1$

6. 다음것을 보고 x, y가 정수인가 부수인가를 따져보아라.

1) $x \cdot y<0$, $x>0$　　2) $x \cdot y<0$, $y<0$

3) $x \cdot y<0$, $x>y$　　4) $x \cdot y<0$, $x<y$

5) $(-x)^4<-y^3$

7. $a \times b=c$이다. 다음것을 보고 a, b, c가 정수인가 부수인가를 따져보아라.

1) $|a| \times |b|=c$　　2) $|a| \times |b|=|c|$

3) $|a| \div |b|=c$　　4) $|a| \div |b|=|c|$

8. 다음것을 보고 a, b, c가 정수인가 부수인가를 밝혀라.

$$a \div b \times c<0,\ a \div b<0,\ a>b$$

9. 다음의 수모임에 제일 큰 수와 제일 작은 수가 있는가?

1) 정의 옹근수모임　　2) 부의 옹근수모임　　3) 옹근수모임

4) 정의 짝수모임　　5) 정의 홀수모임　　6) 부의 홀수모임

10. 다음 계산을 하여라.

1) $13+(-45)+27$　　2) $25 \times (-39) \times 4$

3) -35×402　　4) $-125 \times 8 \times (-199)$

11. $1^2-(-2)^2+3^2-(-4)^2+5^2- \cdots +99^2-(-100)^2+101^2$을 계산하여라.

12. $-444 \div 37=-12$일 때 $111 \div (-37)$은 얼마인가?

13. 다음 계산을 하여라.

1) $210^2-(-105)^3$　　2) $(-105)^5-840^3$

3) $[42^3-(-21)^5] \div (-7)$

4) $[(-129)^2-(-121)^2] \div [(-29)-(-21)^3]$

14. $-999999 \div 15873=-63$일 때 $111111 \div 15873$은 얼마인가?

복습문제

1. 다음 수들을 커지는 차례로 쓰고 절대값이 제일 큰 수와 제일 작은 수를 말하여라.

$$-1,\ 4,\ -7,\ -6,\ 3,\ -9,\ 8$$

2. 절대값이 1보다 크고 6보다 작은 옹근수는 모두 몇개인가?

3. 수축에서 다음 두 점사이의 거리를 구하여라.

1) A(0)과 B(−3)　　2) A(0)과 B(3)　　3) A(−3)과 B(2)

4) A(−2)와 B(−12)　　5) A(6)과 B(3)　　6) A(5)와 B(−1)

4. 그림을 보고 □안에 알맞는 수를 써넣어라.

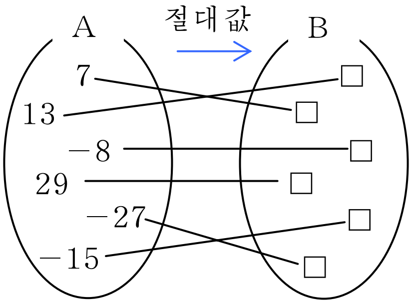


그림 2−21

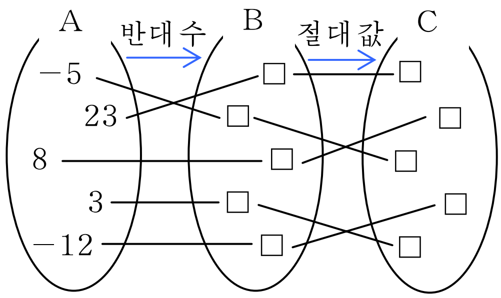


그림 2−22

5. $|a|<5$라는것은 $-5<a<5$와 같다는것을 수축에서 설명하여라. $|a|\leq 5$는?

6. 계산결과를 빈칸에 써넣어라.

+	121	−105
129		
−305		

−	74	−123
−127		
96		

×	−12	15
23		
−29		

÷	−21	14
126		
−210		

7. 1부터 1 999개의 자연수들이 차례로 놓여있다. 매 수앞에 아무렇게나 《+》 또는 《−》부호를 써넣었다. 이때 얻어진 식의 계산결과는 짝수이겠는가 홀수이겠는가?

8. 다음것을 계산하여라.

1) $(-64\times3+54\times3)\div(-2)-51$

2) $(-5)^3\times(-12)+\{[-5-14\times3\div(-6)]\div(-2)\}\times3$

3) $50\div(-25)-(43\times8-27)$

4) $(-13-15)\div2-[(-2)^2\times(-3)^2-(-5)^2]$

9. 다음의 계산에서 옳지 않은것을 골라내여라.

1) $(-30)-(+6)+(-8)-(-19)=-25$

2) $(+30)-(-6)-(+8)+(+19)=25$

3) $(+30)-(-6)+(+8)-(+19)=25$

4) $(+30)+(+6)-(-8)+(-19)=25$

10. 다음 식들에서 왼변과 오른변이 같은 리유를 ( )안에 밝혔다. 옳지 않은것을 골라내여라.

1) $9\times(-5)=(-5)\times 9$ (곱하기의 바꿈법칙)

2) $[7+(-2)]+(-5)=7+[(-2)+(-5)]$ (더하기의 바꿈법칙)

3) $(-4)\cdot[3+(-8)]=(-4)\cdot 3+(-4)\cdot(-8)$ (곱하기의 분배법칙)

4) $(-7)+(-9)=(-9)+(-7)$ (더하기의 바꿈법칙)

5) $(7\times 4)\times(-3)=7\times[4\times(-3)]$ (곱하기의 묶음법칙)

11. 다음 수들이 12의 배수인가를 그림을 보고 갈라내여라.

-320, 162, 84, 108, -132, 140

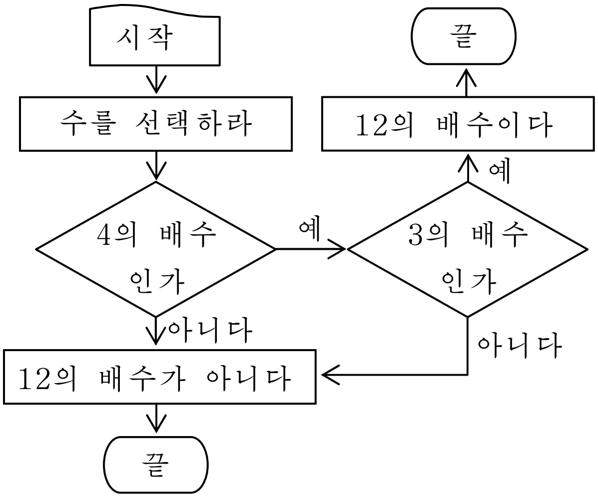


그림 2-23

12. 다음 그림에 알맞는 수를 써넣어라.

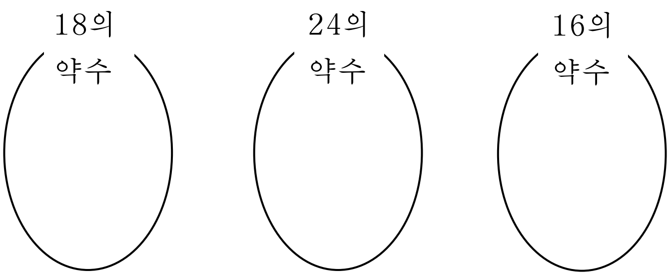


그림 2-24

13. 다음것을 계산하여라.

1) $-5^5\cdot(-2)^3$

2) $-2^4\cdot 3^2$

3) $(-3)^3\cdot(-1)^{48}$

4) $112\cdot(-7)^3$

14. 틀린것을 지적하고 바로 계산하여라.

1) $98-74\div2=7$ 　　2) $2\times3^2=(2\times3)^2=6^2=36$

3) $6\div(2\times3)=6\div2\times3=3\times3=9$

4) $(14-2^4+2)\div2=16$

15. 다음 그림에 알맞는 수들을 써넣고 공통약수를 말하여라.

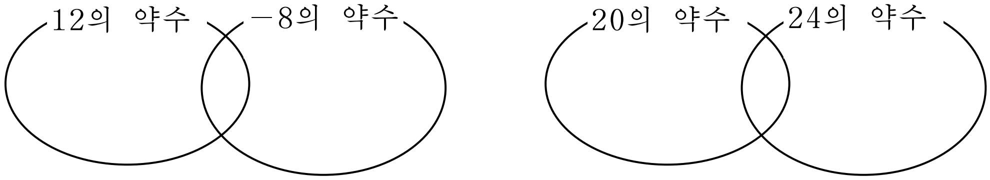


그림 2−25

16. −10부터 20까지의 수가운데서 2로 완제되는 수, 3, 4, 5로 완제되는 수들을 말하여라.

17. 두 수의 합이 −16이고 차는 40이다. 이 두 수를 구하여라.

18. 세 수 a, b, c의 평균값이 −12이다. 수 b는 a보다 22 크고 c는 a보다 8 크다. 세 수 a, b, c를 구하여라.

19. $|a|+|b|=2$에 맞는 옹근수 a, b의 쌍을 모두 구하여라.

20. 다음 식에 다 알맞는 옹근수 a, b, c를 모두 말하여라.

1) $a\times b>0$ 　　2) $a\times c=0$

3) $a-b<0$ 　　4) $|a|\le3$

5) $|b|\le3$ 　　6) $|c|\le3$

21. $a+1$, $a-3$, $a-1$을 크기순서로 쓰고 다음 물음에 대답하여라.

1) 적 $(a+1)\cdot(a-3)\cdot(a-1)$이 부수가 되려면 a는 어떤 수여야 하는가?

2) 적 $(a+1)\cdot(a-3)\cdot(a-1)$이 정수가 되려면 a는 어떤 수여야 하는가?

22. 다음것에 알맞는 옹근수 x를 말하여라.

1) $0<|x|\le4$ 　　2) $-3\le|x|+1<6$

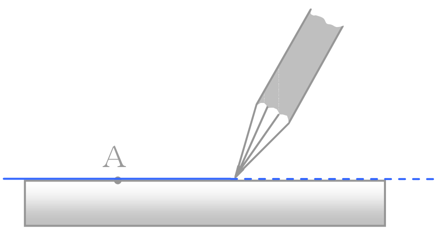
3) $|x|+2\le2$ 　　4) $|x|<3$

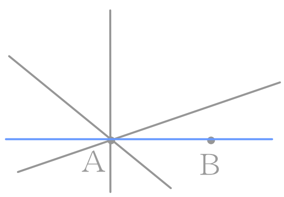
23. 서로 다른 네 수 a, b, c, d가운데서 세 수를 선택하여 곱한 적은 몇개인가? 그 적들의 부호를 따져보아라. (a, $b>0$; c, $d<0$)

제3장. 도 형



- 도형
- 직선과 선분
- 각
- 수직과 평행





제1절. 도 형

그림에 있는 도형들의 모양을 살펴보자.

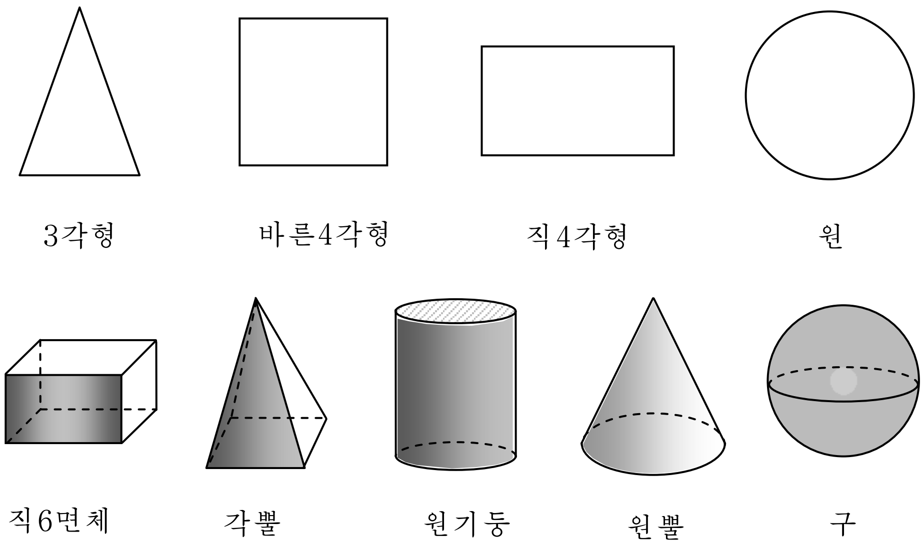


그림 3-1

이 도형들을 앞으로 자주 만나게 된다.

찾기 그림 3-2에서 그림 3-1의 모양들을 찾아보아라.
그리고 점, 선, 면들을 짚어보아라.

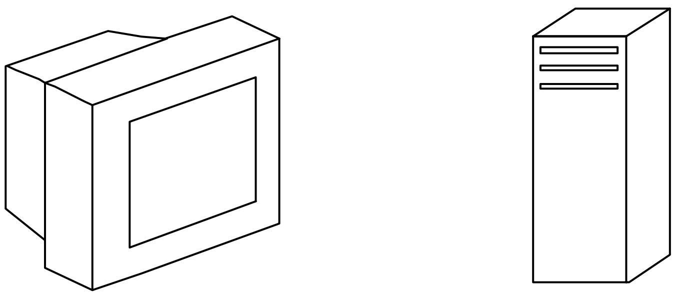


그림 3-2

도형들은 면, 선, 점으로 이루어져있다.

> 면에는 평면과 곡면(굽은 면)이 있고 선에는 직선과 곡선(굽은 선)이 있다.

찾기 1. 그림 3－3에서 선들이 사귀여 점, 면들이 사귀여 선이 된것을 찾아보아라.

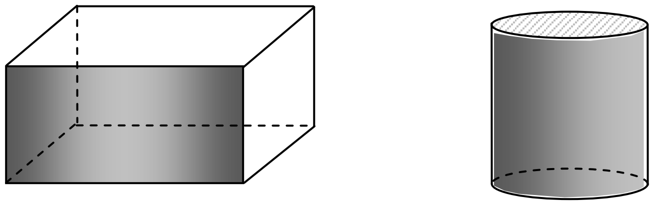


그림 3－3

2. 그림 3－4에서 한 평면에 놓이는 도형을 찾아보아라.

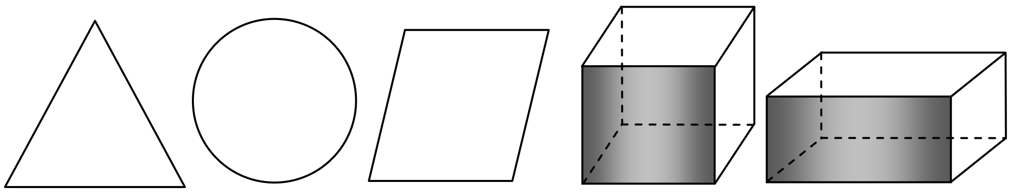


그림 3－4

한 평면에 다 놓을수 있는 도형을 **평면도형**, 한 평면에 다 놓을수 없는 도형을 **공간도형**이라고 부른다.

문 제

1. 그림 3－5와 같은 물체의 면 ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ가운데서 평면인것과 곡면인것을 말하여라.

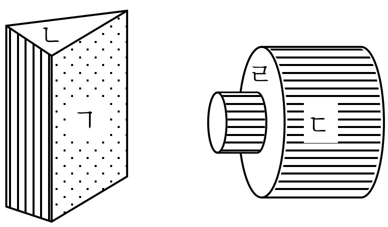


그림 3－5

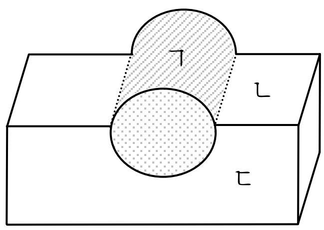


그림 3－6

2. 그림 3－6과 같은 물체에서 모서리가 직선인것과 곡선인것을 말하여라.
3. 그림 3－7과 같은 물체의 겉면에 있는 선 ㄱ, ㄴ은 평면곡선인가 공간곡선인가?

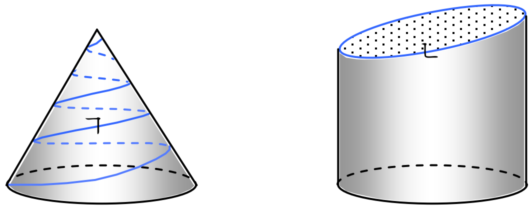


그림 3－7

찾기 그림 3－8에서 끝점을 가진 선과 끝점을 가지지 않은 선들을 찾아보아라.

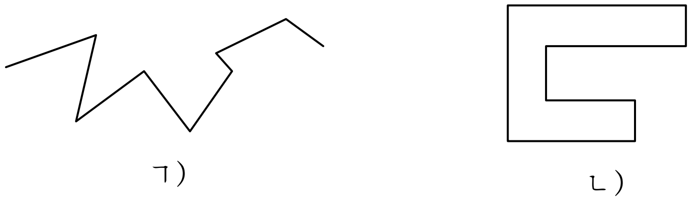


그림 3－8

그림 3－8의 ㄴ)과 같이 끝점이 없는 선을 **다문선**이라고 부르며 ㄱ)과 같이 끝점을 가진 선을 **벌어진선**이라고 부른다.

례 직6면체 ㄱ)에서 $AA_1B_1C_1CBA$는 다문선이다.

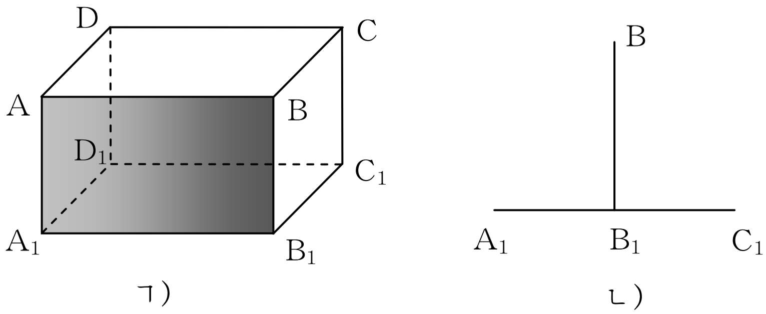


그림 3－9

그러나 ㄴ)는 벌어진선, 다문선도 아니다.

그림 3－10의 ㄱ)에서와 같이 점 A가 선 ℓ의 점이라는것을 $A\in\ell$로 표시한다.

또한 그림 3－10의 ㄴ)에서와 같이 점 D가 선 ℓ의 점이 아니라는것을 $D\notin\ell$로 표시한다.

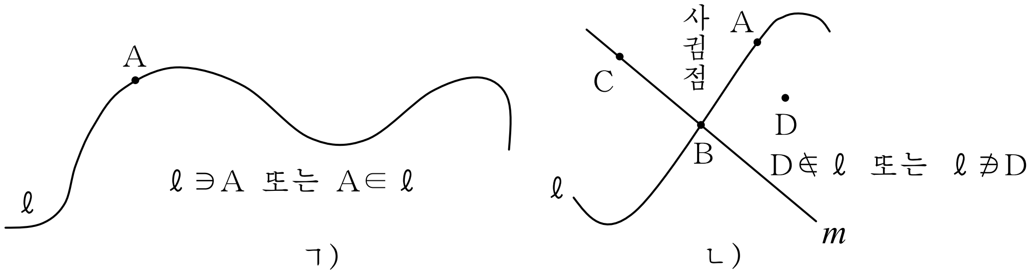


그림 3－10

문 제

1. 다문선은 평면을 두 부분으로 나누는가? 점 A와 B를 선으로 련결할 때 주어진 선과 사귀지 않게 할수 있는가? 벌어진선은?

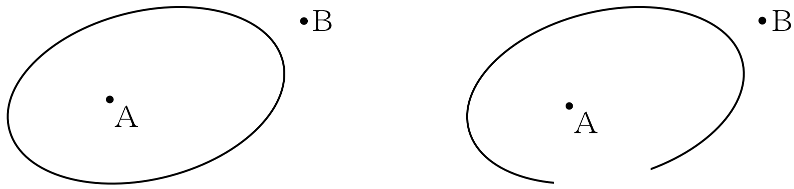


그림 3－11

2. 그림 3－10의 ㄴ)에서 다음것이 옳은가?

   1) C∈m　　2) C∈ℓ　　3) B∈ℓ, B∈m

련습문제

1. 책상우에 놓여있는 3각형은 평면도형인가? 한 변만 책상우에 놓여있고 다른 변들은 책상우에 있지 않는 3각형은 평면도형인가 공간도형인가?
2. 한 점 O에서 사귀는 두 직선 a, b를 긋고 이 사귐점과 다른 세 점 A, B, C를 직선 a에, 또 세 점 D, E, F를 직선 b에 정한다.
   1) 점 A와 다른 점들을 지나는 직선이 몇개 있는가?
   2) 점 A, B, C, D, E, F가운데서 두 점씩 지나면서 또 겹치지 않는 직선은 몇개 있는가?
3. 다음 물음에 대답하여라.
   1) 평면과 평면의 사귐은 늘 직선인가?
   2) 평면과 곡면의 사귐은 늘 곡선인가?
   3) 곡면과 곡면의 사귐은 늘 곡선인가?

제2절. 직선과 선분

1. 직선

직선은 량쪽으로 곧추 끝없이 뻗어있는 선으로 생각한다.

해보기 1. 점 A를 지나는 직선을 그어보아라. 몇개나 그을수 있겠는가?(그림 3－12)

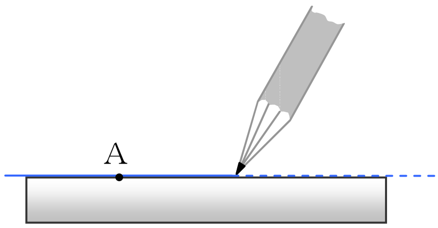


그림 3－12

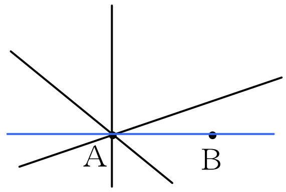


그림 3－13

2. 두 점 A, B를 다 지나는 직선을 그어보아라.(그림 3－13)

두 점을 지나는 직선은 꼭 하나 있다. 이때 두 점은 한 직선을 결정한다고 말한다.

두 점 A, B를 지나는 직선을 《직선 AB》와 같이 표시한다.

직선을 한 글자로 표시할 때도 있다.



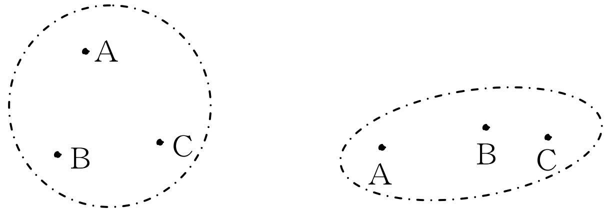
《직선 AB》



《직선 ℓ》

문 제

1. 그림 3－14와 같이 3개의 점 A, B, C가 있다. 이 점들가운데서 매 두 점이 결정하는 직선들을 다 그어라. 몇개나 그을수 있는가?

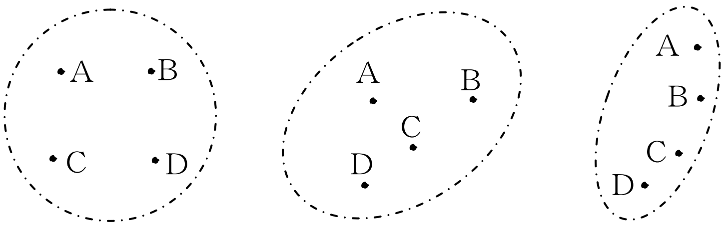


ㄱ) ㄴ)

그림 3－14

2. 그림 3－15와 같이 네개의 점 A, B, C, D가 있다.

1) 이때 매 두 점이 결정하는 직선을 몇개나 그을수 있는가? 실지로 그어보아라.



ㄱ) ㄴ) ㄷ)

그림 3－15

2) 그림 ㄴ)에서 세 점 B, C, D는 한 직선에 놓인다. 이때 두 점 B, C가 결정하는 직선과 두 점 B, D가 결정하는 직선은 일치하겠는가?

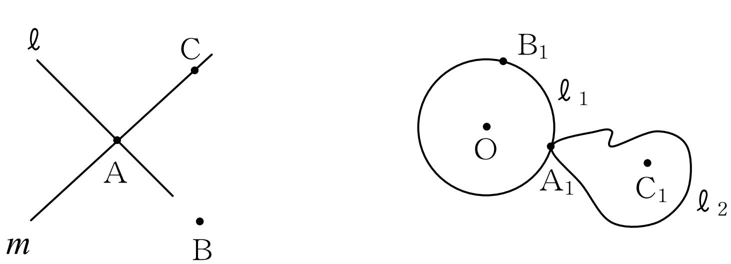
3. 그림 3－16을 보고 다음것들이 맞는가 맞지 않는가를 말하여라.

1) $A \in m$　　2) $B \in \ell$

3) $C \in \ell$　　4) $B \notin \ell$

5) $A_1 \in$ 다문선 ℓ_1　　6) $B_1 \in$ 다문선 ℓ_1

7) $A_1 \in$ 다문선 ℓ_2　　8) $C_1 \in$ 다문선 ℓ_2



ㄱ) ㄴ)

그림 3－16

알아보기 평면은 한 직선에 의하여 두 부분으로 갈라지겠는가? 직선 ℓ의 한쪽에 있는 평면의 점 A로부터 다른쪽에 있는 점 B까지 직선 ℓ을 지나지 않고 갈수 있겠는가?(그림 3−17)

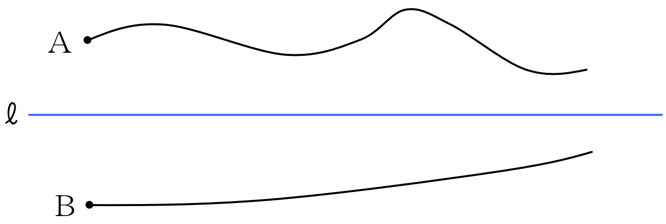


그림 3−17

직선은 평면을 두 부분으로 나누며 이때 그 직선과 한쪽부분을 **반평면**이라고 부른다.

한 반평면의 두 점은 직선 ℓ과 사귀지 않는 선으로 맺을수 있다. 그러나 서로 다른 두 반평면에 놓인 두 점을 맺는 선은 반드시 직선 ℓ과 사귄다.

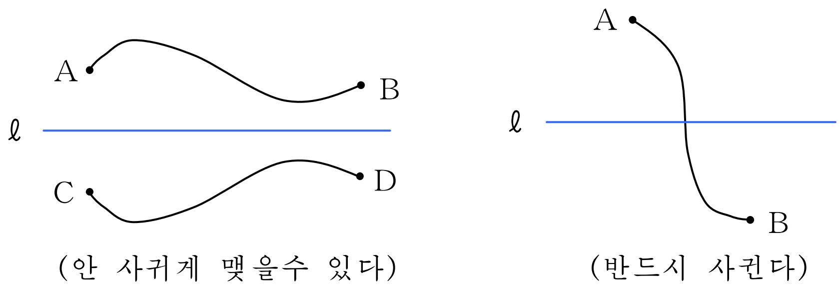


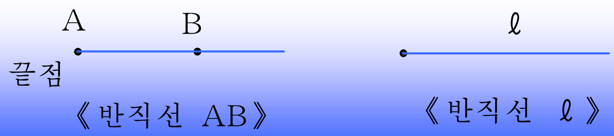
그림 3−18

직선 ℓ의 한 점 A는 직선을 두 부분으로 나눈다.



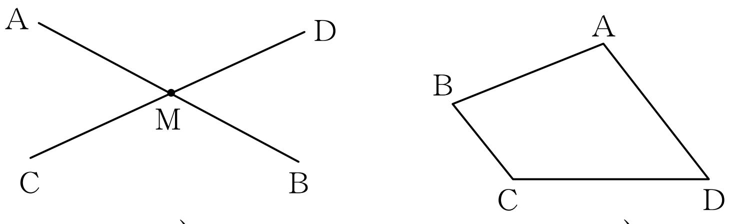
그림 3−19

한 점 A에 의하여 두 부분으로 나누이는 직선의 매개 부분을 **반직선**이라고 부르고 A를 반직선의 **끝점**이라고 부른다. 반직선은 그림과 같이 표시한다. 여기서 B는 반직선에 있는 다른 한 점이다.



문 제

1. 그림 3－20의 ㄱ)에서 점 M을 끝점으로 하는 반직선들을 모두 말하여라.
2. 그림 3－20의 ㄴ)에서 반직선 AB와 반직선 DC가 사귀겠는가? 반직선 BA와 반직선 DC는 어떤가?



ㄱ) ㄴ)

그림 3－20

3. 어느 세 점도 한 직선에 놓이지 않는 네개의 점 A, B, C, D가 있다.
   1) 이 네점에 의하여 몇개의 직선을 그을수 있는가?
   2) 이 직선들에 의하여 생기는 사귐점은 모두 몇개인가?
4. 서로 다른 5개의 직선이 서로 사귈 때 사귐점이 가장 많은 경우에 그것이 몇개인가?

2. 선분

그림 3－21과 같이 직선에 두 점을 찍고 그 점들에서 직선을 자를 때 두 끝점을 가진 직선의 토막이 생긴다.



그림 3－21

두 끝점을 가진 직선의 토막을 **선분**이라고 부른다.
《선분 AB》라고 하면 그 길이를 말할 때도 있다.



《선분 AB》
또는 《선분 BA》



《선분 a》

문 제

1. 그림 3－22에서 선분들의 길이를 재고 가장 짧은것으로부터 그 크기순서로

번호를 달아라.

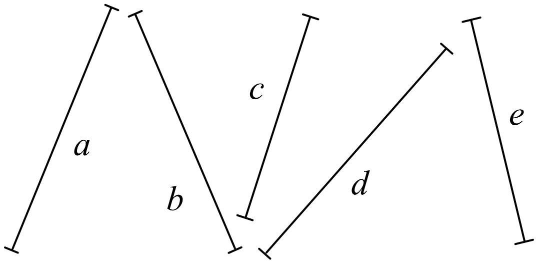


그림 3－22

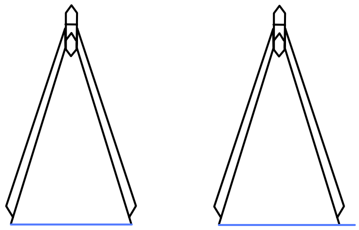


그림 3－23

2. 선분의 길이를 재지 않고 콤파스를 가지고 그림 3－23과 같이 두 선분의 길이를 비교할수 있다. 콤파스를 가지고 문제 1의 선분들가운데서 a와 b, b와 c, d와 e를 비교해보아라.

3. 그림 3－24에서

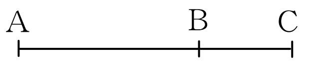


그림 3－24

1) 재여보고 선분의 합 AB＋BC와 AC를 비교하여라.

2) 선분의 차 AC－BC와 AB를 비교하여라.

알아보기 그림 3－25에서 AB＋AC가 BC보다 크다는것을 어떤 방법으로 알수 있는가?

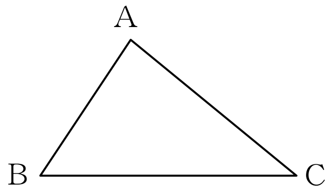


그림 3－25

세 점을 각각 맺는 선분들사이의 관계는 다음과 같다.

1) A가 BC에 놓이지 않으면

AB＋AC＞BC

2) A가 BC에 놓이면

AB＋AC＝BC

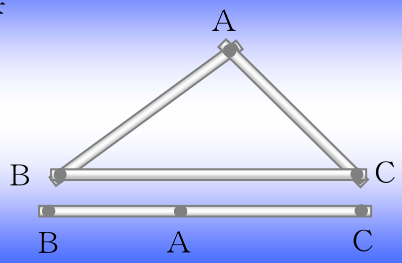
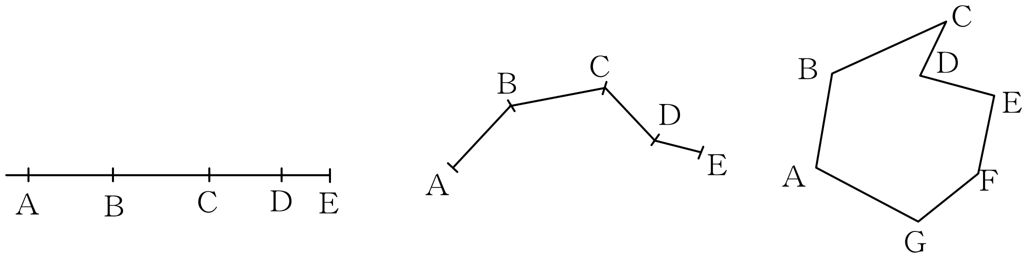


그림 3－26의 ㄱ)과 같이 한 선분 AE에 차례로 점 B, C, D를 찍고 그 점들에서 꺾으면 ㄴ)과 같이 선분토막들이 이어진 도형이 얻어진다. 이런 도형을 **절선**이라고 부른다. 이때 A, B, C, D, E를 **절선의 점**이라고 부른다.

특히 ㄷ)과 같이 끝점이 없는 절선을 **다문절선**이라고 부른다.

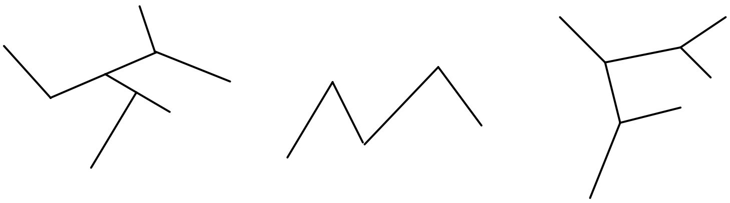


벌린절선　　다문절선

ㄱ)　　ㄴ)　　ㄷ)

그림 3-26

찾기 다음 도형들에서 절선을 찾아보아라. ㄱ), ㄷ)도 절선이라고 말할수 있는가?



ㄱ)　　ㄴ)　　ㄷ)

그림 3-27

문 제

1. 그림 3-28을 보고 다음 식들에서 잘못된것이 있으면 왼변을 바로 써라.

   1) AB+CD=AD　　2) AC+BD=AD　　3) AC-BD=AB



그림 3-28

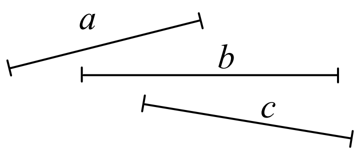


그림 3-29

2. 그림 3-29를 보고 콤파스를 써서 다음과 같은 길이를 가지는 선분들을 하나씩 그어라.

   1) $a+b$　　2) $a+b+c$　　3) $b-a$　　4) $a+b-c$

3. **절선의 길이**란 절선의 토막(변)들의 합을 말한다. 그림 3-30과 같은 절선

ABCDE의 길이를 구하여라. 눈금자를 한번만 쓰고는 알아낼수가 없겠는가?

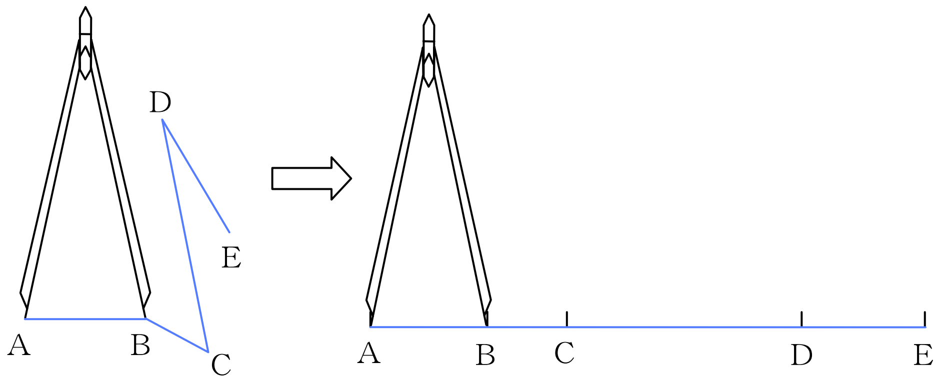


그림 3−30

4. 그림 3−31과 같이 하여 선분 AB의 길이를 구하면 이것은 실제곡선의 길이 AB보다 작은 근사한 값이 된다. 이때 될수록 곡선 AB에 근사한 길이를 구하려면 어떻게 하면 되겠는가?

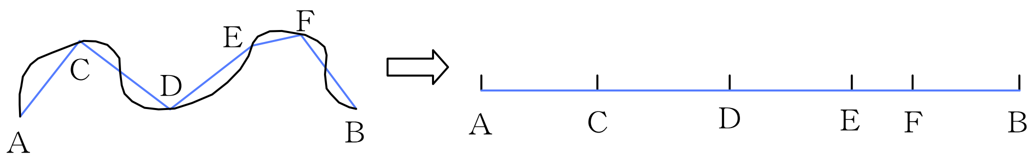


그림 3−31

5. 점 A에서 B까지 가는 가장 짧은 길을 표시하여라.(그림 3−32)

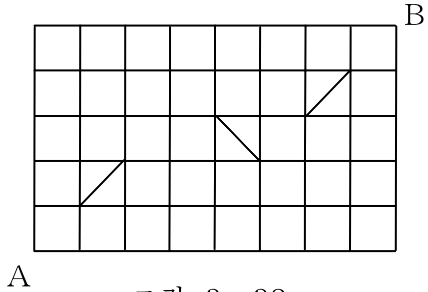


그림 3−32

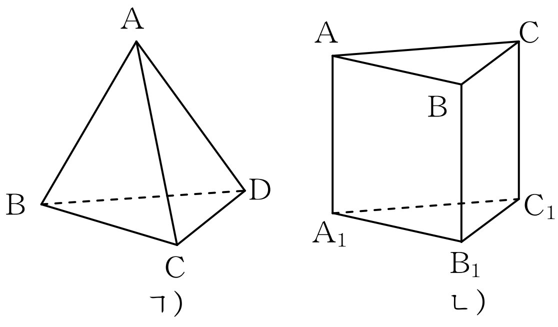


그림 3−33

6. 1) 그림 3−33의 ㄱ)과 같은 뿔모양의 도형에서 정점 A를 떠나 모서리를 따라 정점 A로 돌아오는 다문절선을 모두 찾아보아라. 몇개나 되겠는가?
   2) 그림 3−33의 ㄴ)과 같이 직6면체를 절반으로 자른 도형에서 정점 A를 떠나 모서리를 따라서 정점 A로 돌아오는 다문절선을 모두 찾아보아라. 몇개나 되겠는가?

탐구

1) 그림 3−26에서

다문절선에서 (점의 수)−(선분의 수)=□

벌린절선에서 (점의 수)−(선분의 수)=□

2) 그림 3−27에서 ㄱ), ㄷ)처럼 나무모양으로 생긴 도형을 **나무**라고 부른다. ㄴ)도 나무이다.

그림 3−27의 나무에서 (점의 수)−(선분의 수)=□

다른 다문절선, 벌린절선, 나무를 그려보고 생각해보아라.

알아보기 다음것을 눈금자와 콤파스를 써서 알아내여라.(그림 3−34)

1) A, B를 두 끝점으로 하는 선분 AB와 절선 ACDEB가 있다. 선분 AB의 길이와 절선 ACDEB의 길이를 비교하여라. 어느것이 짧겠는가?

2) 선분 AB와 곡선 ACB의 길이는 어느것이 짧겠는가?

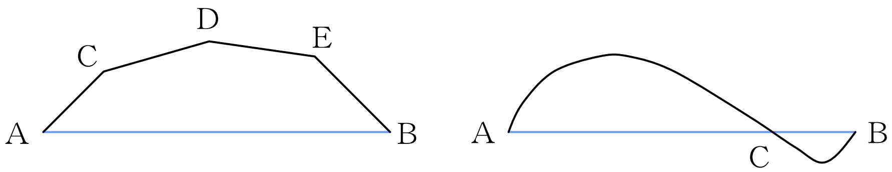
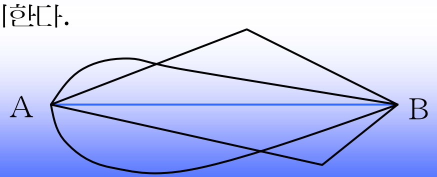


그림 3−34

두 점을 맺는 선분은 그 두 점을 맺는 선들가운데서 길이가 가장 짧다.

두 점 A, B를 맺는 선분의 길이를 **두 점 A, B사이의 거리**라고 부르고 d(A,B)로 표시한다.



선분을 둘로 꼭같게 나누는 점을 **선분의 가운데점**이라고 부른다.

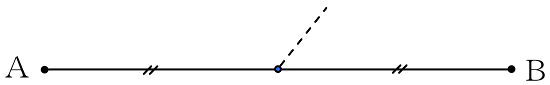


그림 3－35

문 제

1. 다음과 같이 말할수 있는가?(그림 3－36)

 1) d(A, B)＝d(B, A)

 2) $\left.\begin{array}{l} d(A_1, B_1)=d(A_2, B_2) \\ d(A_2, B_2)=d(A_3, B_3) \end{array}\right\} \Rightarrow d(A_1, B_1)=d(A_3, B_3)$

 (여기서 A⇒B는 《A이면 B이다.》라는 표식이다.)

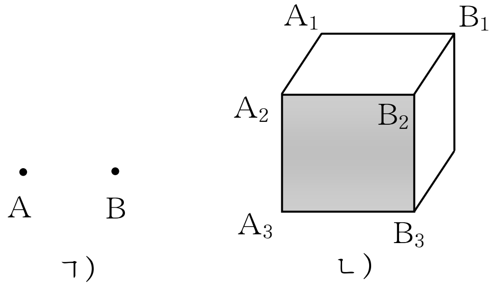


그림 3－36

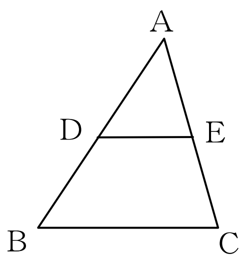


그림 3－37

2. 그림 3－37에서 BD＋DE＋EC의 길이는 BA＋AC의 길이보다 작다. 왜 그런가?

련습문제

1. 반직선, 선분이란 말이 들어있는 문제를 만들어보고 그것을 풀어라.
2. 다음 빈칸에 알맞는 글을 써넣어라.
 《두 점 A, B사이의 거리란 [　　　　　]를 말한다.》
3. 그림 3－38에서 AC＝3.1cm, BD＝2.1cm, AD＝4cm이다. AB, BC, CD의 길이를 구하여라.

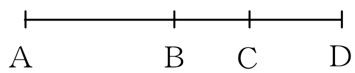


그림 3－38

4. 그림 3－39와 같이 하면 부분품의 두께를 구할수 있다. 두께는 얼마인가?

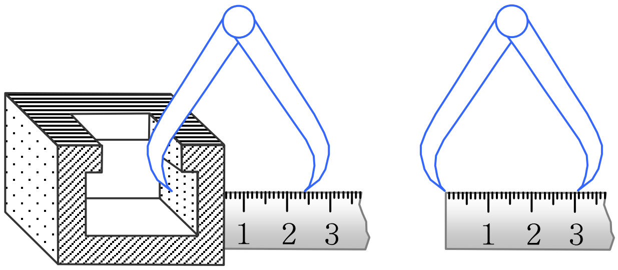


그림 3－39

5. 선분 AC에 $AB>BC$ 되게 점 B를 잡았다. BC, AC의 가운데점을 각각 M, N이라고 할 때 다음 식이 성립한다는것을 밝혀라.

1) $AM=\frac{1}{2}(AB+AC)$ 2) $BN=\frac{1}{2}(AB-BC)$

6. 그림 3－40에서 $AD=16\text{mm}$, $DO=4\text{mm}$, $DB=24\text{mm}$일 때 점 O는 선분 AB의 가운데점으로 되겠는가?

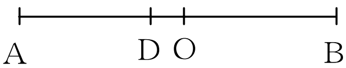


그림 3－40

7. 그림 3－41에서 절선 ABCD와 절선 ACD의 길이를 비교하여라. 빈칸에 $>$, $=$, $<$가운데서 알맞는것을 써넣어라.

AC□AB＋BC, AC＋CD□(AB＋BC)＋CD

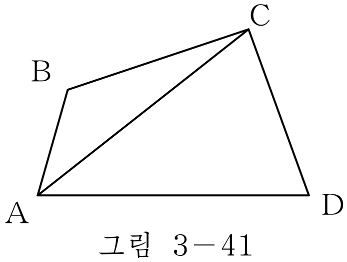


그림 3－41

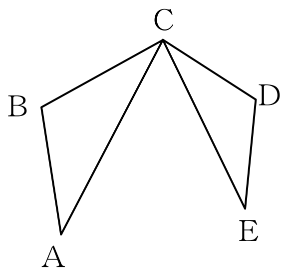


그림 3－42

8. 그림 3－42에서 두 절선 ACE와 ABCDE의 길이를 비교하여라. 빈칸에 $>$, $=$, $<$가운데서 알맞는것을 써넣어라.

AC□AB＋BC, CE□CD＋DE, AC＋CE□(AB＋BC)＋(CD＋DE)

9. 직6면체의 한 정점 A를 떠나 모서리를 따라 다시 정점 A로 오는 다문절선은 몇개나 있겠는가? 어떤 방법으로 하면 빨리 알아낼수 있겠는가?(그림 3－43) 한 평면(두 평면 또는 세 평면)에서 찾아보아라.

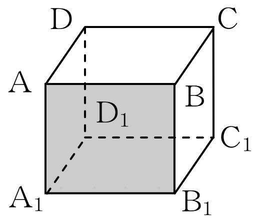


그림 3－43

제3절. 각

해보기 평면에 한 점 O와 이 점을 끝점으로 하는 한 반직선 a가 있다. 이제 점 O를 공통점으로 하는 다른 한 반직선 b를 평면에서 a의 자리로부터 점 O의 주위로 돌려서 a와 벌어지게 하자.
이때 반직선 b의 한 점 M은 O를 중심으로 하는 원둘레의 한 부분을 그리고 b전체는 a와 b사이에 끼인 평면의 부분을 그린다.

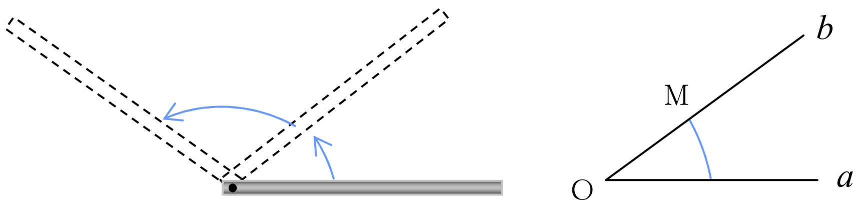
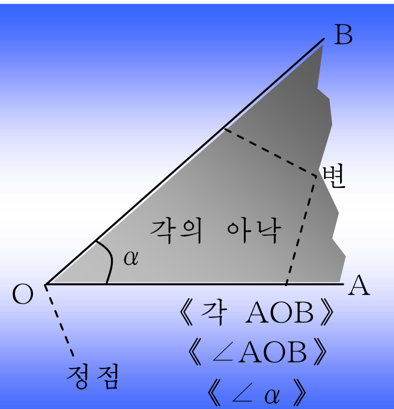


그림 3－44

한 점 O에서 나간 두 반직선 OA, OB와 그사이에 끼인 평면의 부분을 **각**이라고 부른다.

《∠AOB》라고 하면 그 각의 크기를 말할 때도 있다.



문 제

1. 그림 3－45에서 각들을 말하여라.

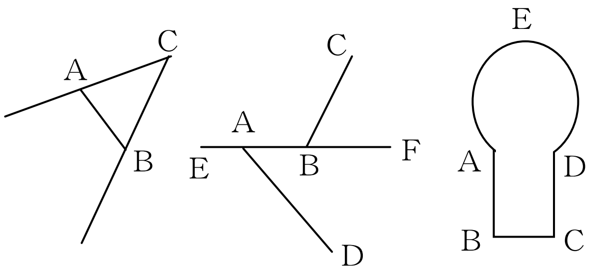


그림 3－45

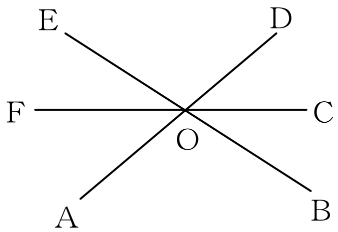


그림 3－46

2. 그림 3－46에서 각을 모두 말하여라.

1) 각의 합 ∠DOC＋∠COB와 ∠DOB를 비교하여라.

2) 각의 차 ∠EOA－∠FOA와 ∠EOF를 비교하여라.

3) ∠AOD는 어떤 각들의 합이라고 말할수 있는가? 몇가지로 말할수 있는가?

4) ∠EOD는 어떤 각들의 차라고 말할수 있는가? 몇가지로 말할수 있는가?

해보기 그림 3－47에서 b를 그림과 같이 움직여갈 때 각의 크기가 어떻게 변하는가를 살펴보아라.

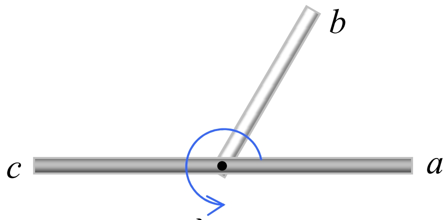
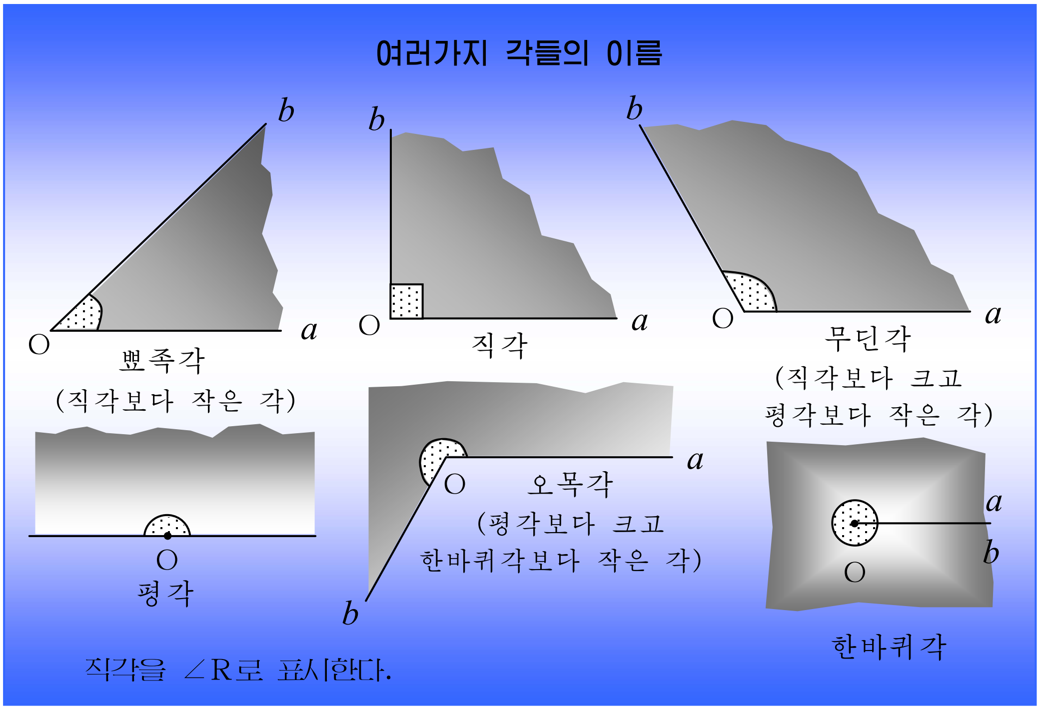


그림 3－47



문 제

1. 시계에 표시한 두 바늘사이의 각은 무슨 각인가?(그림 3－48)

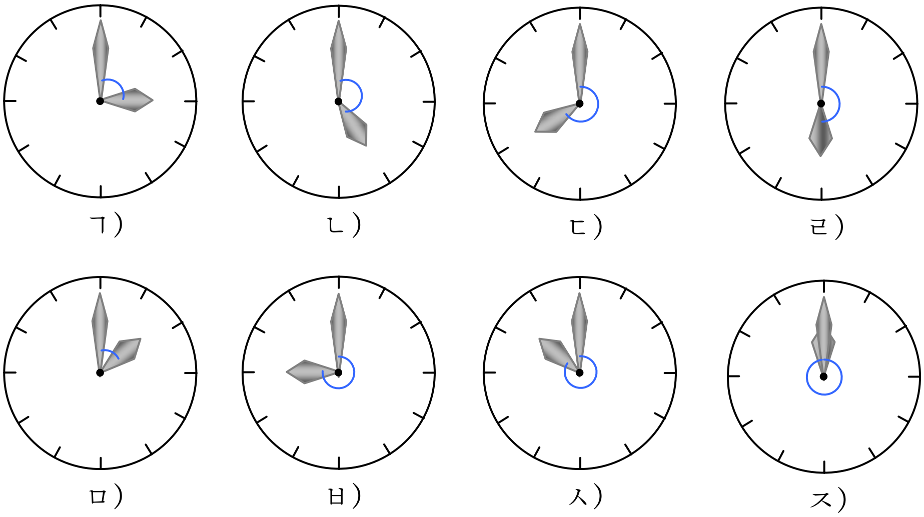


그림 3－48

2. 그림 3－49의 각들의 이름을 불러보아라.

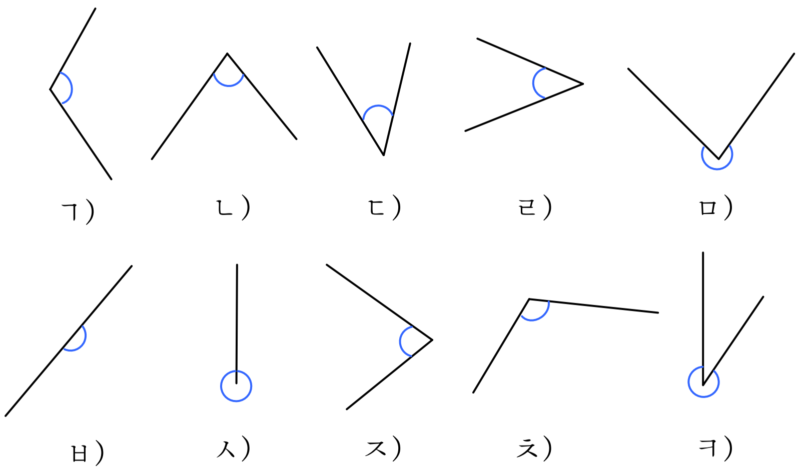


그림 3－49

3. 시계의 큰 바늘은 60분동안에 옹근 한바퀴 돌아간다. 몇분동안에 다음것만큼 돌아가겠는가?

1) $\frac{1}{4}$ 바퀴 2) $\frac{1}{2}$ 바퀴 3) $\frac{5}{6}$ 바퀴 4) $\frac{1}{15}$ 바퀴 5) $\frac{7}{30}$ 바퀴

4. 다음의 빈칸에 알맞는것을 써넣어라.

1) 뾰족각은 ☐보다 크고 ☐보다 작다.

2) 무딘각은 □보다 크고 □보다 작다.

3) 오목각은 □보다 크고 □보다 작다.

5. 다음의 각들을 기호로 표시하여라. 그리고 이름을 불러보아라.(그림 3-50)

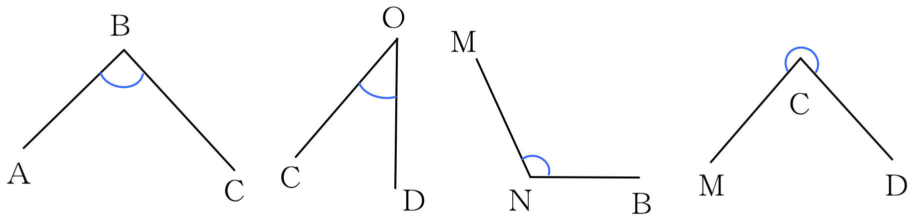


그림 3-50

각의 단위

$1°(1도) = 한바퀴각의\ \frac{1}{360}$　　한바퀴각 $= 360°$

평각 $= 180°$　　직각 $= 90°$

$1'(1분) = 1°의\ \frac{1}{60}$　　$1''(1초) = 1'의\ \frac{1}{60}$

$1° = 60'$　　$1' = 60''$

문 제

1. 직각은 한바퀴각의 몇분의 1인가? 평각은 한바퀴각의 몇분의 1인가?

2. 빈칸에 알맞는 수를 써넣어라.

1) $5°\ 32' = □'$　　2) $13.5° = □'$

3) $2°\ 15'\ 48'' = □''$　　4) $250' = □°\ □'$

5) $546'' = □'\ □''$　　6) $17228'' = □°\ □'\ □''$

3. 다음의 값을 구하여라.

$\angle a$	$\angle b$	$\angle a + \angle b$	$2\angle a - \angle b$
$27°\ 30'$	$39°\ 10'$		
$36°\ 40'\ 21''$	$27°\ 11'$		
$49°\ 23'\ 42''$	$51°\ 27'\ 3''$		
$139°\ 57'\ 38''$	$151°\ 27'\ 30''$		

4. 다음것을 계산하여라.

1) $28° 38' \times 15$　　2) $3° 28'' \div 4$　　3) $204° 55' 24'' \div 12$

5. 다음 각들에서 뾰족각, 무딘각, 오목각들을 갈라보아라.

$\frac{7\angle R}{2}$, $51° 27'$, $\frac{13}{7}\angle R$, $\frac{2}{3}\angle R$,

$\frac{7}{9}\angle R + \frac{7}{3}\angle R$, $\frac{17}{7}\angle R - \frac{3}{5}\angle R$, $\frac{3}{4}\angle R - \frac{2}{3}\angle R$

해보기 1. 그림 3-51과 같이 ∠AOB를 종이에서 오려내고 두 변을 꼭맞게 접었다가 펴놓아라.

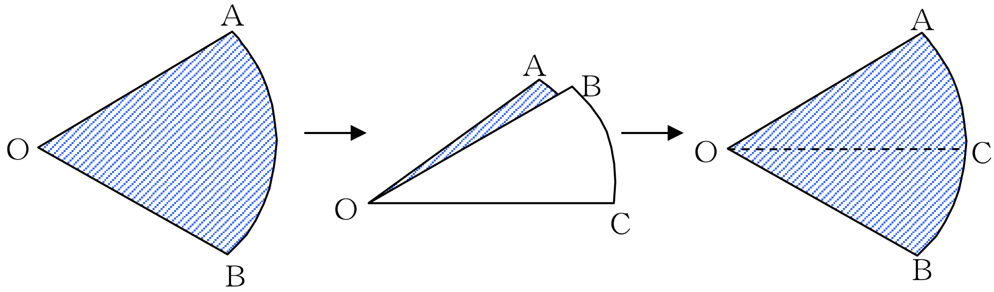


그림 3-51

이때 접었던 자리 OC는 ∠AOB를 둘로 꼭같게 나누는 선인가?

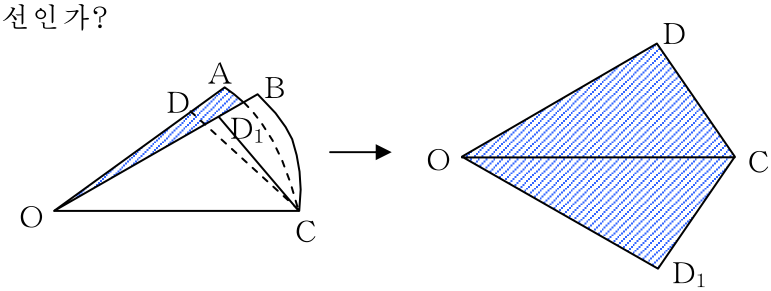


그림 3-52

2. 그림 3-52와 같이 각을 다시 접은 다음 겹쳐진 변 OA(OB)에서 한 점 $D(D_1)$를 잡고 선분 CD를 가위로 자르자. 다음에 펴놓자. 그림 3-52를 보고 다음의 빈칸에 알맞는 기호 또는 말을 써넣어라.

$\angle DOD_1$에서 $OD = OD_1$, DC□D_1C되게 점 C를 찍으면 OC는 $\angle D_1OD$의 □이다.

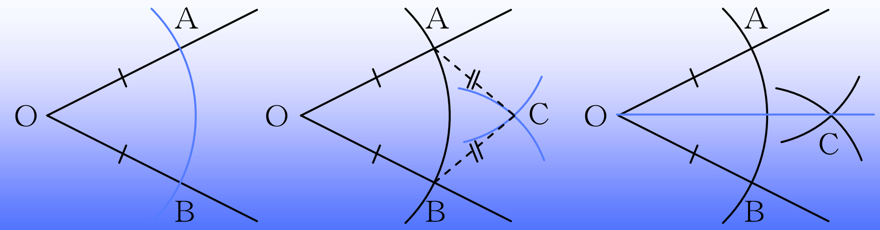
∠AOB를 둘로 꼭같게 나누는 한 직선 OC를 그 **각의 2등분선**이라고 부른다.

각의 2등분선 긋기

1) 콤파스로 OA=OB 되게 점 A, B를 찍는다.

2) A를 중심으로 OA의 절반보다 큰 반경으로 원둘레를 그리고 B를 중심으로 그와 반경이 꼭같은 원둘레를 그려 사귐점 C를 찾는다.

3) O와 C를 맺는 직선을 긋는다.



문 제

1. 자와 콤파스를 가지고 그림 3-53의 각들의 2등분선을 그어라.

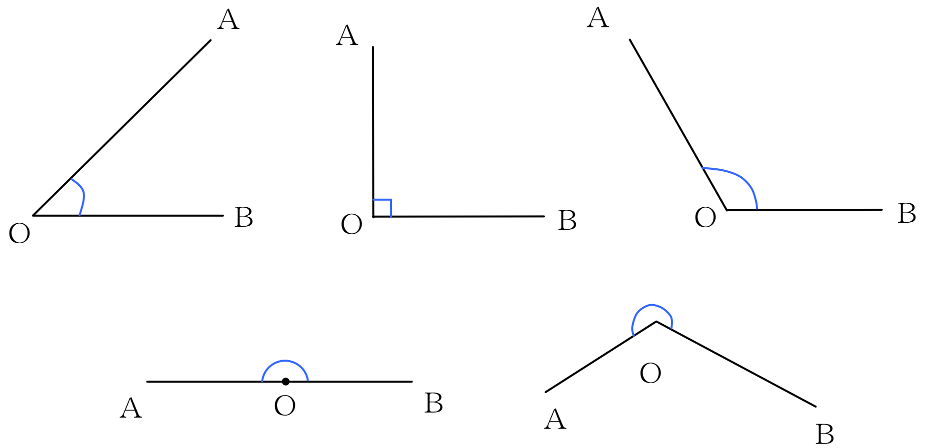


그림 3-53

2. 83°, 135°와 같은 각을 그리고 자와 콤파스를 써서 4등분하여라.

3. 다음과 같은 각을 그려라.

1) 7.5°　　2) 11.25°　　3) 165°　　4) 202.5°

4. 분도기를 쓰지 말고 다음의 각들을 될수록 여러가지 방법으로 그려라.

1) $75° = 45° + 30°$ 또는 $150° \div 2$

2) $52.5° = 30° + 22.5°$ 또는 $105° \div 2$

3) 67.5°　　　4) 37.5°　　5) 127.5°

그림 3－54에서 반직선 OC를 돌려도 ∠1＋∠2가 늘 같다.

이때 ∠1＋∠2＝180°

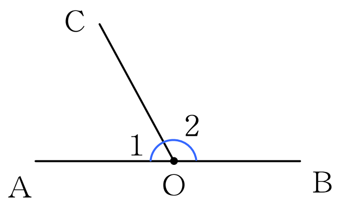
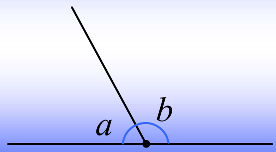


그림 3－54

보탬각

$\angle a+\angle b=2\angle R=180°$일 때 $\angle a$와 $\angle b$를 서로 **보탬각**이라고 부른다.

$\angle a$의 한 변과 $\angle b$의 한 변이 겹칠 때 그 두 각을 **결보탬각**이라고 부른다.



문 제

1. 다음 각들의 보탬각의 크기를 구하여라.

$$33°\ 6',\ 129°\ 36'\ 25'',\ \frac{4}{5}\angle R,\ \frac{1}{32}\angle R,\ \frac{12}{31}\angle R$$

2. 그림 3－55에서 ∠AOD＝130°, ∠COB＝140°이다.
   1) ∠AOD의 보탬각은 몇도인가?
   2) ∠COB의 보탬각은 몇도인가?
   3) ∠COD의 크기를 구하여라.

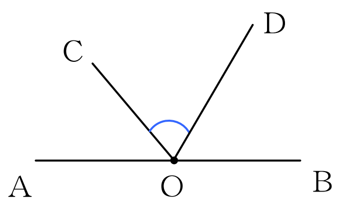


그림 3－55

상식

각의 단위의 유래

각의 단위 도, 분, 초는 고대바빌로니아에서 나왔다. 그때 바빌로니아사람들은 1년을 360일로 생각하였는데 원둘레를 360으로 나눈 하나를 하루로, 1°로 생각하였다. 그들은 원둘레를 60°로 끊어가면 다시 제자리에 온다고 하면서 수 60을 아주 중요한 수로 여겼다고 한다. 그리하여 1°의 60분의 1을 1′으로, 1′의 60분의 1을 1″로 표시하여 써왔다고 한다.

련습문제

1. 뾰족각, 직각, 무딘각의 보탬각은 무슨 각인가?
2. 결보탬각을 그리고 그 두 각의 2등분선을 그어라. 그 두 2등분선사이의 각은 얼마인가?
3. 그림 3−56에서 $\angle x$를 구하여라.

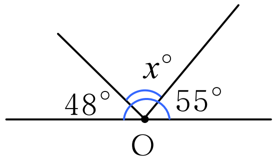


그림 3−56

4. 1분동안에 시계의 큰 바늘은 몇도 돌아가는가? 또 작은 바늘은 몇도 돌아가는가? 12시 15분일 때 시계의 큰 바늘과 작은 바늘사이의 각을 구하여라.
5. ㄴ형강막대기를 굽힐 때에는 한 면을 그림 3−57과 같이 따내야 한다.
   1) 따낸데 생긴 ∠BAC가 40°일 때 굽힌 다음에 생긴 ∠DAE는 몇도인가?
   2) ∠DAE가 120°되게 굽히려면 ∠BAC를 몇도되게 따내야 하는가?

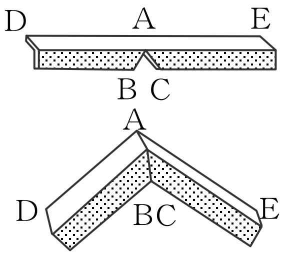


그림 3−57

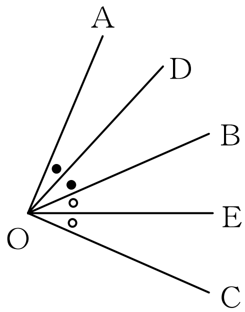


그림 3−58

6. 그림 3−58에서 ∠AOC＝94°이고 반직선 OD, OE는 ∠AOB, ∠BOC의 2등분선이다. ∠DOE는 몇도이겠는가?
7. ∠AOC의 아낙에 ∠AOB＞∠BOC되게 반직선 OB를 그었다. ∠BOC와 ∠AOC의 2등분선을 각각 OM, ON이라고 하면

   1) $\angle AOM=\frac{1}{2}(\angle AOB+\angle AOC)$

   2) $\angle MON=\frac{1}{2}(\angle AOC-\angle BOC)$

   임을 밝혀라.
8. 각 a와 b가 있다. 이 각들의 보탬각이 서로 같으면 그 두 각은 서로 같다고 말할수 있는가?
9. 다음 글에 알맞는 그림을 그려라.
   《∠AOB가 있다. 이 각의 한 변 AO를 늘여 ∠AOB의 보탬각을 그린다. 다음에 그 보탬각의 2등분선 OD를 긋는다.》
10. 각 45°, 90°, 135°를 그리고 2등분선을 그어라.

11. 19°의 각이 주어졌을 때 그것으로 1°의 각을 구하여라.(주어진 각을 련속 반복해 그려나가보아라.)

12. 시계를 보니 8시 15분이였다. 큰 바늘이 그 두 바늘사이각의 보탬각만큼 돈다면 두 바늘사이의 각은 얼마인가?

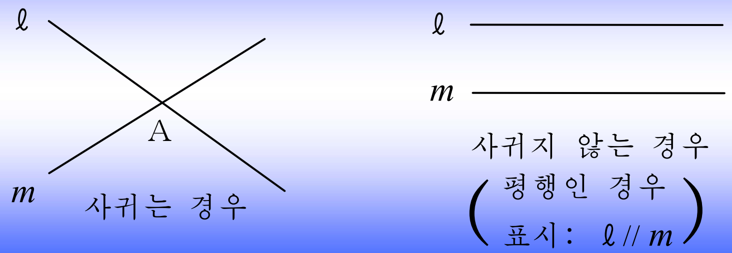
13. ∠AOB의 아낙에 점 P가 있다. ∠POA=∠AOQ로 되는 반직선 OQ와 ∠BOP=∠BOR로 되는 반직선 OR를 주어진 ∠AOB의 밖에 그었다. ∠QOR는 ∠AOB의 몇배인가?

제4절. 수직과 평행

1. 수직선

찾기 교실에서 사귀는 직선, 사귀지 않는 직선들을 찾아보아라.

평면에서 두 직선의 자리관계



알아보기 1. 그림 3-59에서 $\angle a=30°$일 때 $\angle b$, $\angle c$, $\angle d$는 몇도이겠는가?

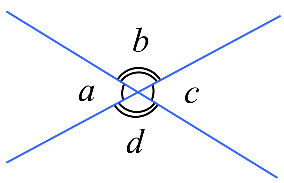


그림 3-59

$\angle a$와 $\angle c$, $\angle b$와 $\angle d$를 비교하여라.

2. $\angle a$가 30°가 아니라도 늘 $\angle a=\angle c$, $\angle b=\angle d$가 되겠는가

보자. 다음의 □에 알맞는것을 써넣어라.

$\angle a = \square^\circ - \angle b$(결보램각)

$\angle c = \square^\circ - \angle b$(□)

이 두 갈기식에서 오른변이 같으므로 왼변도 같다.

즉 $\angle a = \angle c$

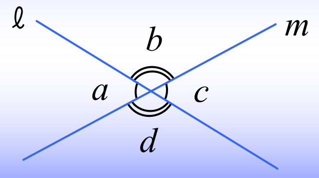
마찬가지로 $\angle b = \angle d$

맞문각과 그 성질

두 직선 ℓ, m이 사귀였을 때 $\angle a$와 $\angle c$, $\angle b$와 $\angle d$를 각각 **맞문각**이라고 부른다.

맞문각은 같다.

$$\angle a = \angle c, \quad \angle b = \angle d$$



문 제

1. 교실에서 사귀는 두 직선, 평행인 두 직선들을 찾아보아라.
2. 그림 3-60에서
   1) ∠AOC의 맞문각을 말하여라.
   2) ∠EOD, ∠COB, ∠AOF의 맞문각은?
   3) ∠AOE의 맞문각은?

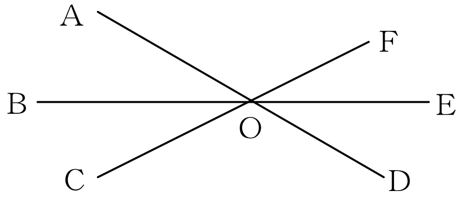


그림 3-60

탐구

공간에서 두 직선은 사귀든가, 평행인 경우만 있겠는가? 교실, 직6면체를 놓고 생각해보아라.

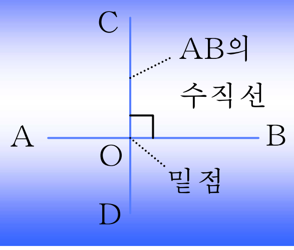
두 직선이 사귀였을 때 한 각이 ∠R이면 다른 각들도 다 ∠R이다.

수직선

직선 AB와 CD가 직각으로 사귀였을 때 직선 AB와 CD는 서로 **수직**이라고 말한다.

CD는 AB의 **수직선**

표시: AB⊥CD



알아보기 직선 ℓ밖의 한 점 M에서 그 직선에 수직인 선분 MN과 수직이 아닌 선분 MA, MB, MC를 그어라. 그리고 콤파스를 가지고 MN의 길이와 MA, MB, MC의 길이를 비교하여보아라.(그림 3-61) MN이 제일 짧다고 말할수 있는가?

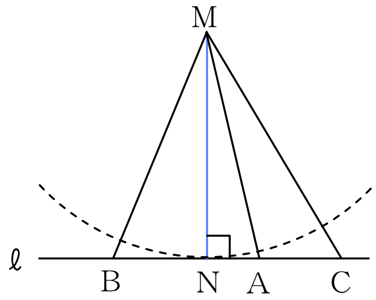
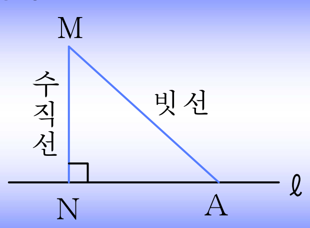


그림 3-61

점에서 직선까지 거리

점 M에서 직선 ℓ에 그은 수직선의 길이를 **점 M에서 직선 ℓ 까지의 거리**라고 부른다.

이것을 d(M, ℓ)로 표시한다.



수직선 MN<빗선 MA

해보기 운동장바닥에 추를 드리웠다. MN의 길이와 MA의 길이를 비교해보아라.

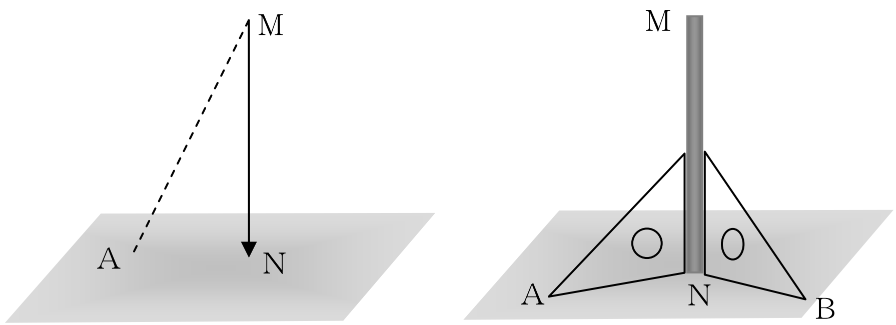
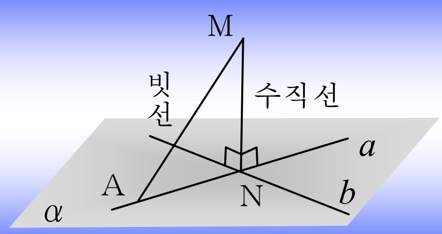


그림 3-62

추를 써서 막대기 MN을 곧추 세우고 직각자를 대보아라. ∠MNA＝∠MNB＝∠R이겠는가?

평면 α와 직선 MN이 N에서 사귀였을 때 N을 지나는 α의 모든 직선과 MN사이의 각이 직각일 때 직선 MN은 평면 α에 수직이라고 부른다. 이때 선분 MN의 길이를 **점 M에서 평면 α까지의 거리**라고 부른다.



례 1) 비행기가 1 000m상공에 떠있다는 말은 비행기에서 땅바닥에 수직선을 내렸을 때 그 수직선분의 길이가 1 000m라는것이다. (그림 3－63)

2) 백두산의 높이가 2 750m라는것은 장군봉정점에서 바다물면에 수직선분을 그었을 때 그 길이가 2 750m라는것이다.

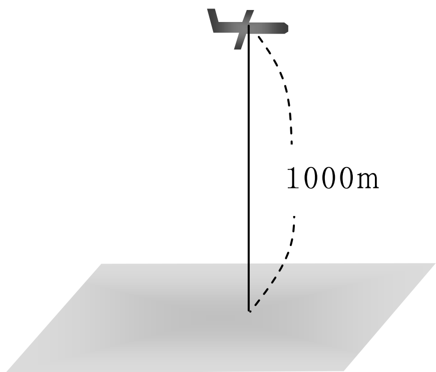


그림 3-63

문 제

1. 점 M을 지나며 직선 ℓ에 수직인 직선을 그어라.(그림 3－64)
   1) $M \in \ell$인 경우
   2) $M \notin \ell$인 경우

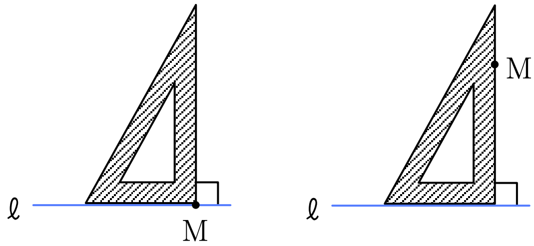


그림 3－64

2. 그림 3－65에서 각각 점 A, B, C를 지나며 직선 ℓ에 수직인 직선을 긋고 그 밑점을 찾아라.

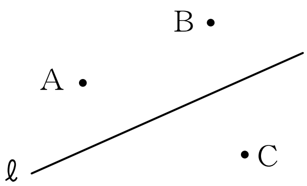


그림 3－65

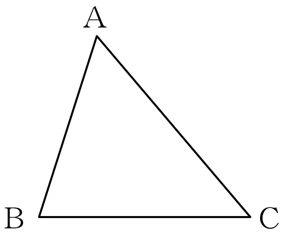


그림 3－66

3. 그림 3－66과 같은 △ABC의 매 정점에서 마주하고있는 변에 수직선을 그어라. 세개의 수직선의 사귐점을 살펴보아라. 무엇을 알수 있는가? 다른 3각형을 하나 그리고 알아보아라.

4. 그림 3－67의 점 M, N에서 바른3각형의 매 변까지의 거리를 구하여라. 그리고 점 M에서 매 변까지의 거리의 합과 점 N에서 매 변까지의 거리의 합을 구하여라. 여기서 무엇을 알수 있는가? 다른 한 점 P를 찍고 점 P에서 매 변까지의 거리의 합을 구하고 앞의것과 비교하여라. 무엇을 알수 있는가?

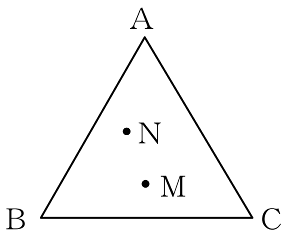


그림 3－67

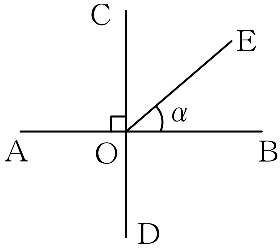


그림 3－68

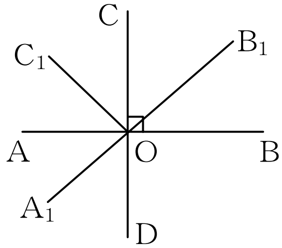


그림 3－69

5. 그림 3－68에서 $AB \perp CD$, $\angle \alpha = 50°$이다. ∠COE는 몇도인가?

6. 그림 3－69에서 $AB \perp CD$, $A_1B_1 \perp C_1O$이면 $\angle C_1OA = \angle B_1OC$이다. 왜 그런가?

7. 그림 3－70은 비탈각을 잴 때 쓰는 기구이다. 여기서 CN은 수평선이고

M에는 추가 달려있다.(OM⊥ON) 비탈각 BON을 재기 위하여 ∠AOM을 재면 된다. 왜 그런가?

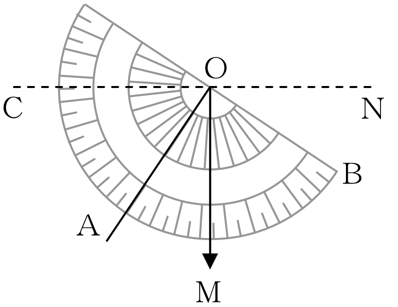


그림 3−70

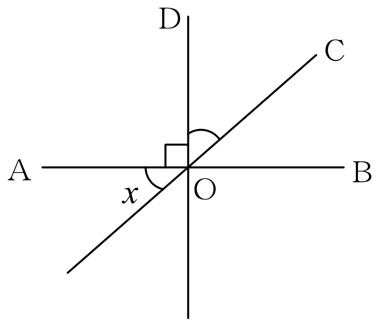


그림 3−71

8. 3−71에서 AB⊥OD이다. ∠x를 구하여라.

9. 다음 글에 맞는 그림을 그려라.

《뾰족3각형 ABC가 있다. 변 BC의 한 점 M에서 변 BA에 수직선을 긋고 그 밑점을 N이라고 한다. 다음 점 N에서 변 BC에 수직선을 긋고 그 밑점을 K라고 한다.》

찾기 직4각형종이를 그림 3−72와 같이 두번 꼭맞게 접었다가 펴놓았다. 이때 수직인 두 직선을 찾아보아라.

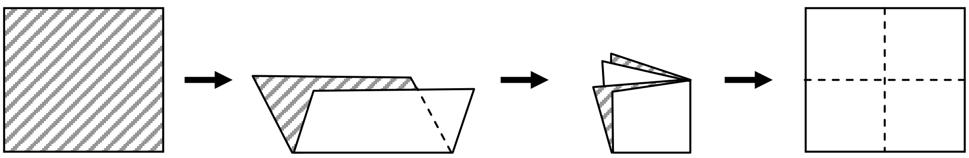
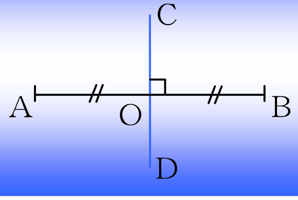


그림 3−72

선분의 수직2등분선

선분 AB에서 OA = OB이고 AB ⊥ CD일 때 직선 CD를 **선분 AB의 수직2등분선**이라고 부른다.



알아보기 그림 3−73과 같이 종이를 두번 꼭맞게 접어서 직선 BC를 따라 자르고 다시 펴놓아라. AO⊥OC, ∠AOC=∠R인가?

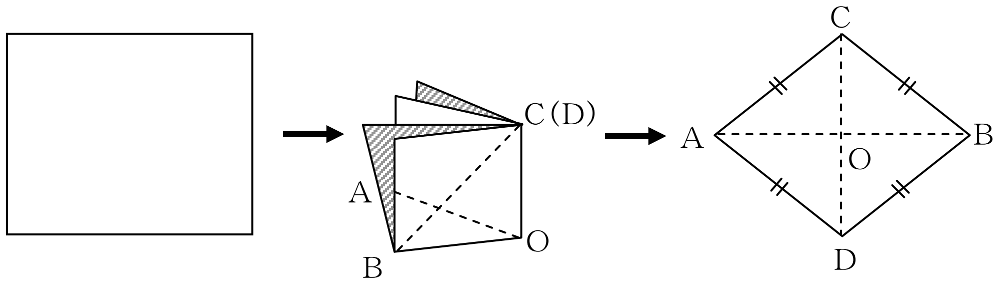
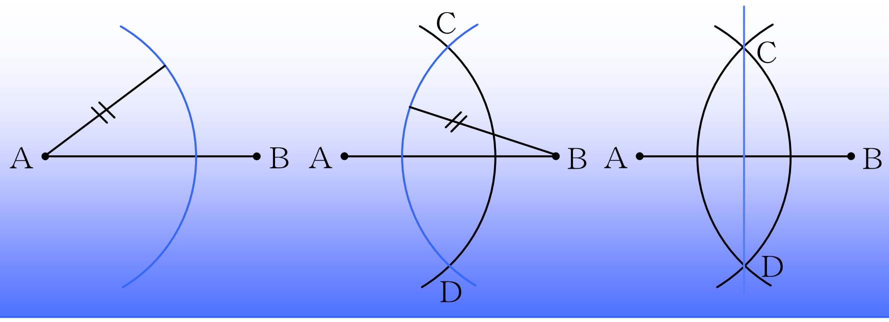


그림 3-73

선분의 수직2등분선 긋기

1) 점 A를 중심으로 AB의 절반보다 큰 반경으로 원둘레를 그린다.
2) 점 B를 중심으로 같은 반경으로 원둘레를 그려 사귐점 C, D를 구한다.
3) C와 D를 맺는 직선을 긋는다.



문 제

1. 콤파스를 써서 그림 3-74의 선분 AB의 수직2등분선을 그어라.
2. 그림 3-75의 3각형 ABC의 세 변의 수직2등분선을 긋고 사귐점을 살펴보아라. 그리고 다음의 빈칸에 알맞는것을 써넣어라.
《3각형의 세 변의 수직2등분선은 □점에서 사귄다.》

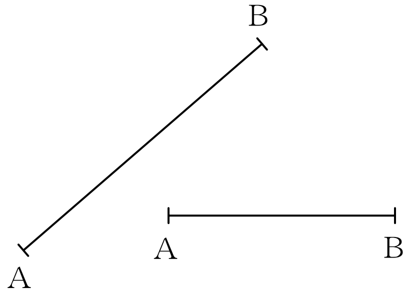


그림 3-74

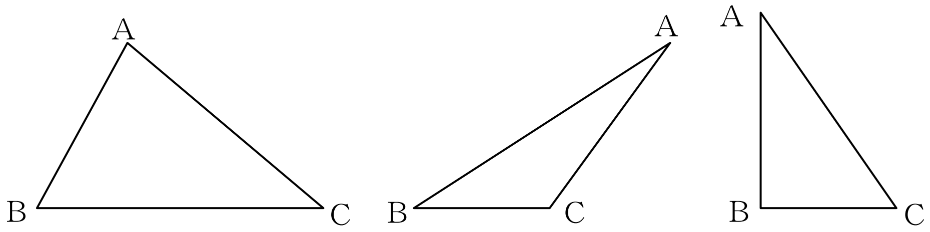


그림 3−75

2. 평행직선

직선 ℓ에 삼각자의 한 모서리를 대고 움직여가자. 이때 직선 ℓ에 놓이지 않는 정점 A는 한 직선 m을 그린다. 이때 m//ℓ이다.

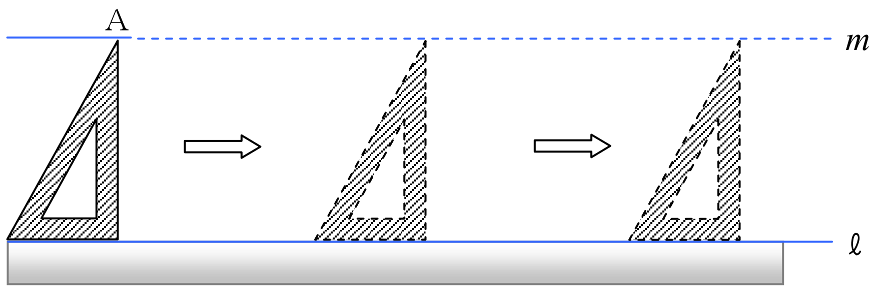


그림 3−76

평행직선사이의 거리

직선밖의 한 점을 지나면서 그 직선에 평행인 직선은 꼭 하나 있다.

ℓ //m일 때 직선 m의 점들에서 직선 ℓ 까지의 거리는 다 같다. 이 거리를 두 **평행직선 ℓ, m사이의 거리**라고 부른다. 두 평행직선 ℓ, m사이의 거리를 d(ℓ, m)으로 표시한다.

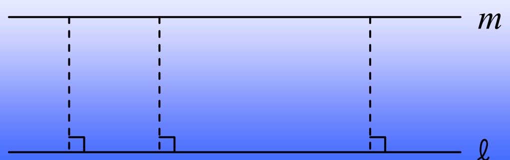


그림 3－77과 같이 두 직선 AB와 CD가 다른 직선 EF와 M, N에서 사귀였을 때 점 M, N을 정점으로 하는 각의 자리관계를 알아보자.

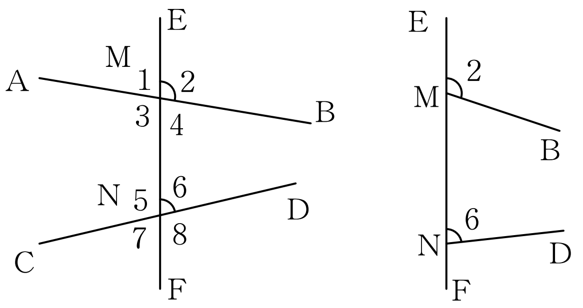
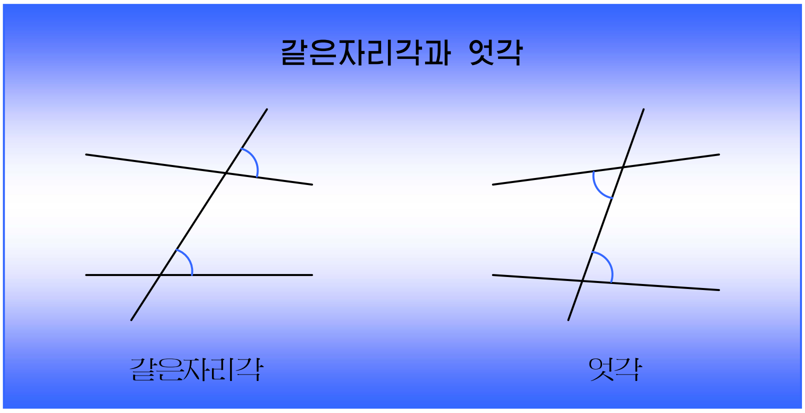


그림 3－77

그림에서 ∠2와 ∠6은 비슷한 자리에 있다. 즉 반직선 ME와 NE가 같은쪽으로 향하고 다른 한쌍의 반직선 MB와 ND는 직선 EF에 관하여 같은쪽에 있다.

이러한 두 각을 **같은자리각**이라고 부른다.

또 ∠3과 ∠6은 직선 EF에 관하여 다른쪽에 있다. 이런 두 각을 **엇각**이라고 부른다.



문 제

1. 그림 3－77에서 같은자리각과 엇각을 다 말해보아라.
2. 세 평행직선 ℓ, m, n이 있다. d(ℓ, m)＝8cm, d(m, n)＝3cm이다.
   1) m이 ℓ과 n 사이에 있을 때 d(ℓ, n)＝?
   2) n이 ℓ과 m사이에 있을 때 d(ℓ, n)＝?

3. 그림 3－78에서 같은자리각, 엇각을 말하여라.

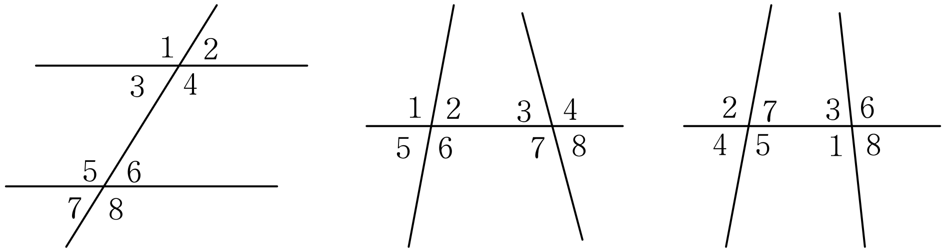


그림 3－78

그림 3－79는 평행직선을 긋는 방법을 보여준다.

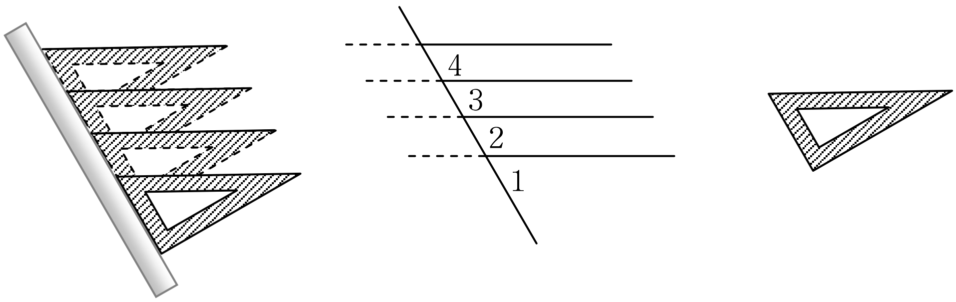


그림 3－79

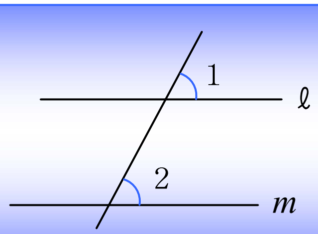
찾기 다음 빈칸에 알맞는것을 써넣어라.

1. 직선들이 평행이면 ∠1=□=□=□이다. 즉 직선들이 평행이면 □이 같다.
2. 같은자리각이 같게 두 직선을 그으면 두 직선은 □이다.

평행직선과 같은자리각

$\ell // m$ ⇔ ∠1=∠2

두 직선이 평행 ⇔ 같은자리각이 같다.



여기서 ⇔는 ⇒와 ⇐를 함께 쓴것이다.

그림 3－80에서 ∠1=∠2이면 ∠2=∠3이고 ∠2=∠3이면 ∠1=∠2라고 말할수 있다.

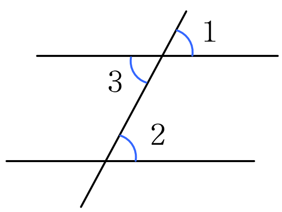
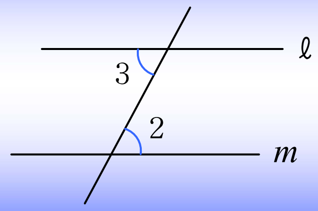


그림 3－80

평행직선과 엇각

$\ell // m \Leftrightarrow \angle 2 = \angle 3$

두 직선이 평행 ⇔ 엇각이 같다.



문 제

1. 그림 3−81에서 직선 ℓ과 m이 평행인가 아닌가를 말하여라.

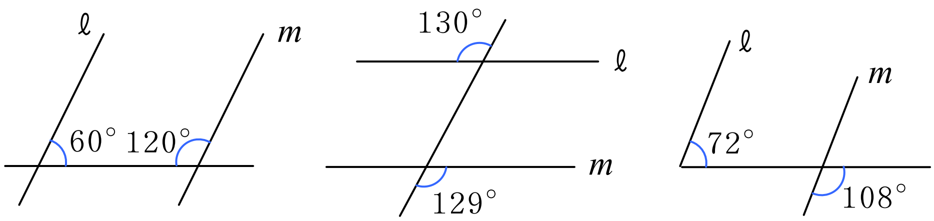


그림 3−81

2. 그림 3−82에서 $\ell_1 // \ell_2$, $m_1 // m_2$이다. 각 1, 2, 3, 4, 5, 6을 구하여라.

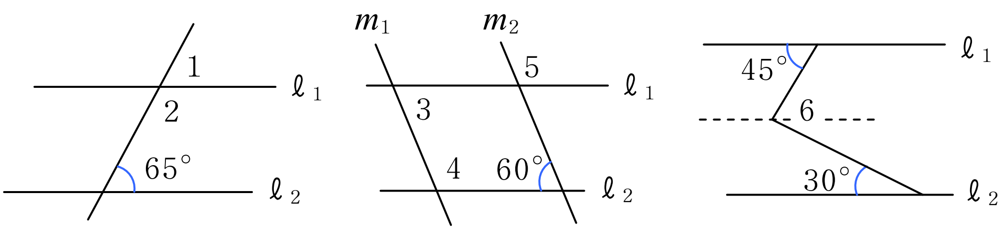


그림 3−82

3. 한 직선에 수직인 두 직선은 평행이다. 왜 그런가?

련습문제

1. 다음것을 나타내는 그림을 그리고 설명하여라.

   1) 맞문각　　2) 수직선　　3) 점에서 직선까지의 거리

   4) 평행직선사이의 거리　　5) 선분의 수직2등분선

   6) 같은자리각, 엇각

2. 그림 3−83은 어떤 도면의 일부이다. $\angle a$는 얼마인가?

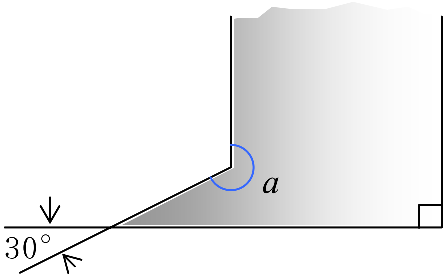


그림 3−83

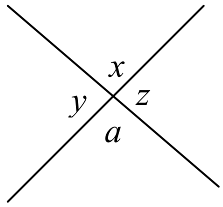


그림 3−84

3. 그림 3−84에서 $\angle a$가 다음과 같을 때 각 x, y, z는 각각 몇도인가?

$$65°,\ \frac{2}{3}\angle R,\ 29°\ 37',\ 37°\ 38'$$

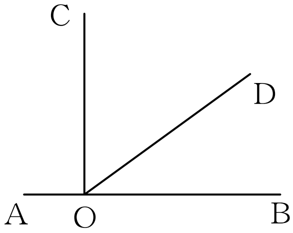


그림 3−85

4. 그림 3−85에서 $\angle DOC = 58°\ 23'$, $\angle BOD = 31°\ 37'$이다. $AB \perp CO$라고 말할수 있는가?

5. 다음 빈칸에 알맞는 글을 써넣어라.

1) 두 직선이 평행이면

① □이 같다.

② 엇각이 □

2) 두 직선은

① □이 같으면 평행이다.

② 엇각이 같으면 □

6. 그림 3−86에서 $\ell_1 // \ell_2$, $m_1 // m_2$이다. $\angle a = 72°$일 때 각 x, y는 몇도인가?

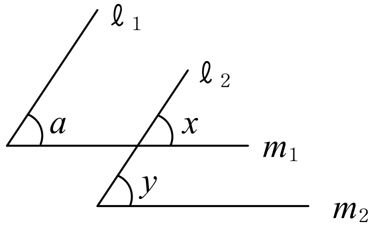


그림 3−86

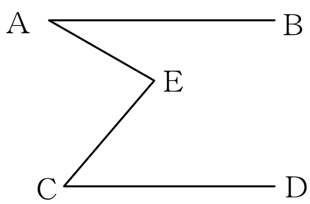


그림 3−87

7. 그림 3−87에서 $AB // CD$이고 $\angle BAE = 31°$, $\angle AEC = 70°$이다. $\angle ECD$는 몇도인가?

8. 평행인 두 직선가운데 하나에 수직인 직선은 다른것에도 수직이다. 왜 그런가?

9. 평행인 두 직선과 한 직선이 사귈 때 한 쌍의 같은자리각의 2등분선들은 어떤

자리관계에 있는가? 왜 그런가?

10. 두쌍의 평행직선이 사귀여 4각형 ABCD를 만들었다. ∠BAD=32° 30′일 때 그 4각형의 다른 각들을 구하여라.

11. 그림 3-88에서 ∠BAC=∠ACE이면 AB//CE, ∠ABC=∠ECD이다. 왜 그런가?

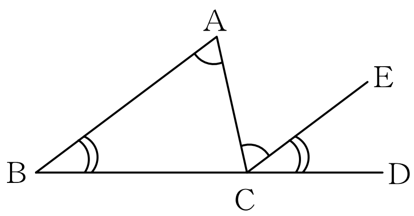


그림 3-88

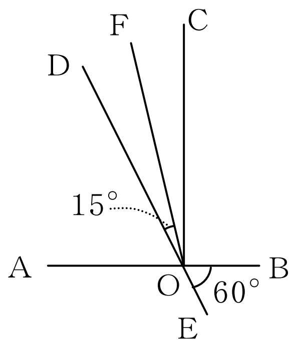


그림 3-89

12. 그림 3-89와 같이 직선 AB와 DE가 점 O에서 사귀고 또 점 O에서 반직선 OC가 나가고있다. 반직선 OF는 ∠COD의 2등분선이고 ∠FOD=15°, ∠BOE=60°일 때 ∠COB=∠R라고 말할수 있는가?

13. 그림 3-90에서 중심이 O인 원이 직선운동을 할 때 원둘레의 점 A는 어떤 운동을 하는가? 이 원이 베아링이 있는 바퀴이고 점 O가 그 중심일 때 A는 어떻게 운동하는가?

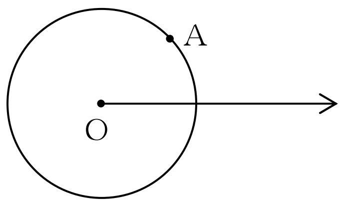


그림 3-90

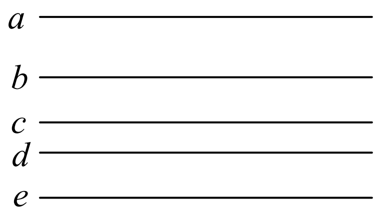


그림 3-91

14. 그림 3-91에는 평행직선쌍이 몇개나 있는가?
그림과 같은 직선이 10개 있을 때 평행직선은 몇쌍이겠는가?

복습문제

1. 평면과 곡면이 이어져 생긴 도형의 실례를 들어라. 평면이 이어져 생긴 도형의 실례를 들어라. 곡면으로만 된 도형의 실례를 들어라.

2. 그림 3-92에서 직선, 반직선, 선분을 찾고 그 이름들을 써라.

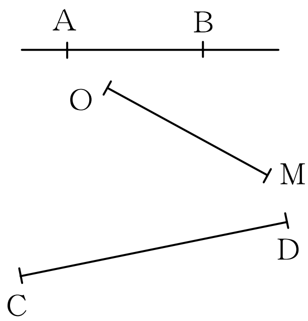


그림 3－92

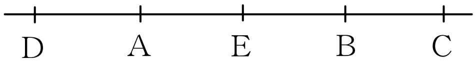


그림 3－93

3. 그림 3－93에 표시된 점들가운데서
   1) 선분 AB의 점　　　　2) 반직선 AB의 점
   3) 반직선 BA의 점
   들을 말하여라.
4. 길이가 2.7cm인 선분 AB의 가운데점과 그 선분을 셋으로 같게 나누는 점사이의 거리를 구하여라.
5. 선분 AB에 한 점 C를 찍고 선분 AC의 가운데점 M과 선분 CB의 가운데점 N을 찍자. AB=$a$cm일 때 MN의 길이는 몇cm인가?(그림 3－94)

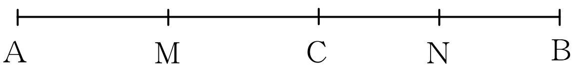


그림 3－94

6. 선분 AB를 두 부분으로 나누었다. 첫 부분의 가운데점과 둘째 부분의 가운데점사이의 거리는 5.4cm이다. AB의 길이를 구하여라.
7. 그림 3－95에서 C, D, E, F는 AB의 5등분점이고 M은 DB의 가운데점이다. PB=$a$cm, PA=$b$cm일 때 AM의 길이를 구하여라.

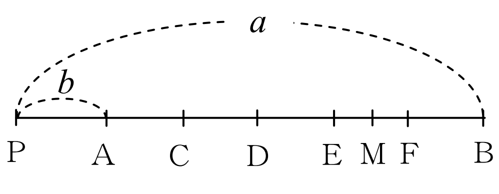


그림 3－95

8. 다음의 빈칸에 알맞는 수나 글자를 써넣어라.
   1) 두개의 변이 한 직선을 이루는 각을 □이라고 부른다. 이 각은 □직각이다.
   2) 직각보다 작은 각을 □이라고 부르고 □직각보다 크고 □직각보다 작은 각을 무딘각이라고 부른다.

9. 다음과 같은 시각에 시계의 큰 바늘과 작은 바늘사이의 각을 구하여라.

1) 8시　　　　　　2) 4시 15분

3) 6시 30분　　　　4) 3시 52분

10. 그림 3－96에서 $\angle x$와 $\angle y$를 구하여라.

11. 그림 3－97과 같이 4개의 직선이 한 점 O에서 사귈 때 각 x를 구하여라.

12. 그림 3－98에서 $\angle AOC=80°$, $\angle BOD=62°$, $\angle BOC=20°$이다. $\angle AOD$와 $\angle DOC$는 각각 몇도인가?

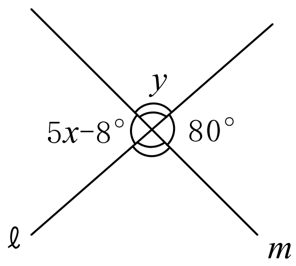


그림 3－96

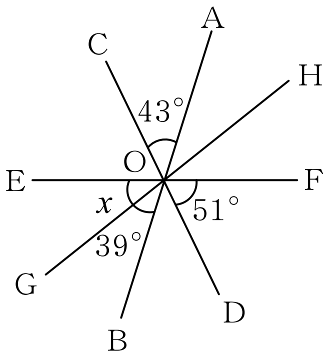


그림 3－97

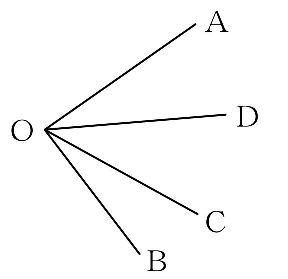


그림 3－98

13. 중심이 O인 원에 그림 3－99와 같이 선분 AB, CD, EF가 그어져있다.

1) 매개 선분의 수직2등분선을 그어라.

2) 3개의 수직2등분선은 어느 점에서 사귀는가?

3) 또 다른 선분 AC를 긋고 그 선분의 수직2등분선을 그어라.

이것을 보고 무엇을 말할수 있겠는가?

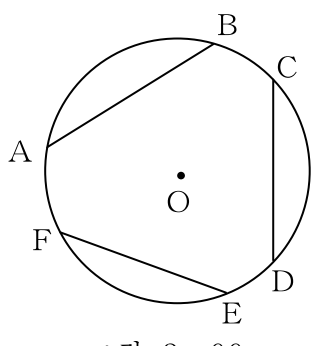


그림 3－99

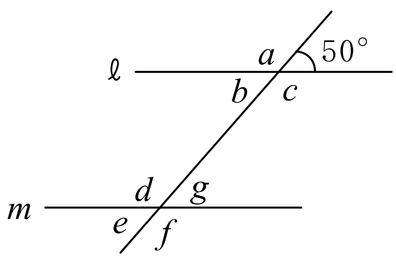


그림 3－100

14. 그림 3－100에서 $\ell // m$이다. 각 a, b, c, d, e, f, g를 구하여라.

15. 그림 3－101에서

1) $\ell // m$이면 ∠1＋∠2는 몇도인가? 왜 그런가?(이때 ∠1과 ∠2를 **한쪽아낙각**이라고 부른다.)

2) 어떤 두 직선과 한 직선이 사귀였을 때 한쪽아낙각의 합이 180°이면 그 두 직선은 평행인가?

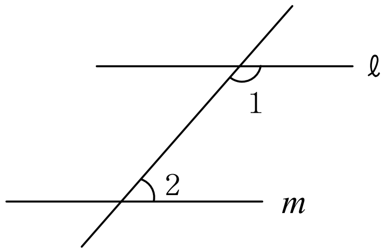


그림 3－101

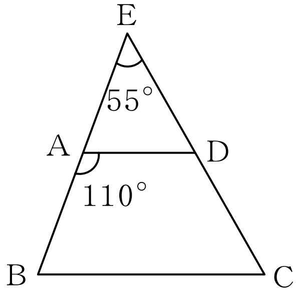


그림 3－102

16. 그림 3－102에서 AD//BC이다. ∠B와 ∠EDA를 구하여라.

17. 3각형 ABC의 세 아낙각의 2등분선을 그어보아라. 무엇을 알수 있는가? 몇개 더해보아라.

18. 3각형 ABC에서 세 변의 가운데점을 잡고 각각 맞은 편에 있는 정점과 맺어보아라. 무엇을 알수 있는가? 몇개 더해보아라.

19. 그림 3－103에서 $g // h$, $\ell // m$이다. 각 a와 각 b사이에 어떤 관계가 있는가?

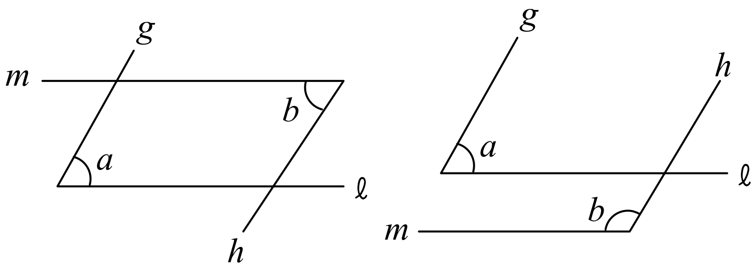


그림 3－103

20. 그림 3－104와 같이 종이올을 AB를 따라 접었다. 여기서 $\ell // m$이다. 겹친 부분의 3각형 ACB에서 어느 두 각이 같겠는가?

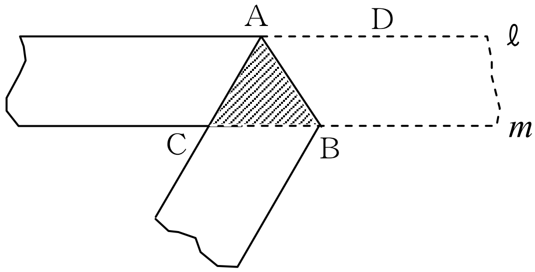


그림 3－104

21. 그림 3－105에서 AB//CD이다. 각 x를 구하여라.

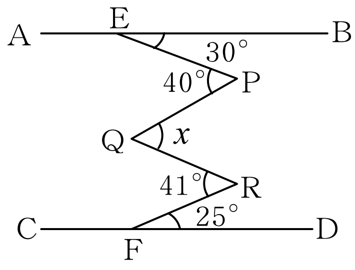


그림 3－105

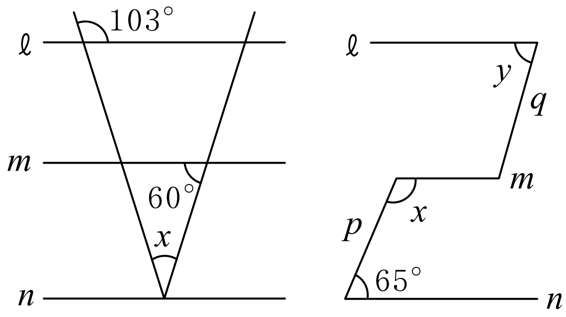


그림 3－106

22. 그림 3－106에서 $\ell // m // n$이고 $p // q$이다. 각 x, y를 구하여라.

23. 다음 빈칸에 알맞는것을 써넣어라.

1) 두 점을 맺는 □의 길이를 그 두 점사이의 거리라고 부른다.

2) 직선 ℓ밖의 점 A에서 직선에 그은 □의 길이를 점 A에서 직선 ℓ까지의 거리라고 부르고 d(□)로 표시한다.

3) $\ell // m$인 직선 ℓ의 점에서 직선 m에 그은 □의 길이를 평행직선 ℓ과 m사이의 □라고 부르고 d(ℓ, m)으로 표시한다.

24. 두 점 A, B가 있다. 그사이의 거리는 4cm이다. 점 A에서 2cm 거리에 있으면서 점 B에서는 1cm 거리에 있는 점이 있겠는가?

25. 두 점 A, B사이의 거리는 2cm이고 점 C는 점 A로부터 3cm, 점 B로부터 4cm 거리에 있다. 콤파스를 써서 이런 세 점 A, B, C를 찍어라.

탐구

평면에 두 각 ∠AOB와 $\angle A_1O_1B_1$가 있다.

1) OA//O_1A_1, OB//O_1B_1이면 ∠AOB와 $\angle A_1O_1B_1$은 **평행각**이라고 부른다.
평행각 ∠AOB와 $\angle A_1O_1B_1$사이의 관계를 말하여라.

2) $OA \perp O_1A_1$, $OB \perp O_1B_1$이면 ∠AOB와 $\angle A_1O_1B_1$은 **수직각**이라고 부른다.
수직각 ∠AOB와 $\angle A_1O_1B_1$사이의 관계를 말하여라.

제4장. 유리수

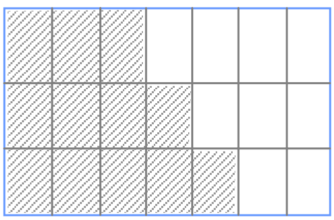
분수

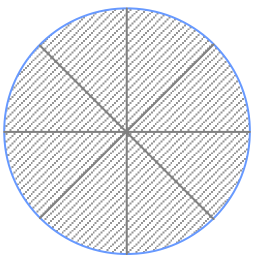
더하기와 덜기

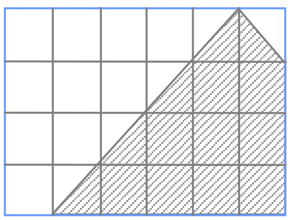
곱하기와 나누기

분수와 소수

퍼센트







제1절. 분 수

1. 분수의 의미

알아보기 그림에서 빗선을 친 부분은 전체의 몇분의 몇인가?
무엇을 하나로 보았는가?

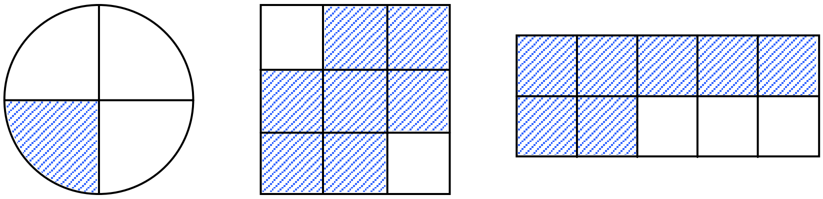


그림 4－1

분수 $\frac{1}{m}$ 은 전체를 1로 보고 그것을 m개로 같게 나눈 한 몫이고 $\frac{n}{m}$ 은 $\frac{1}{m}$ 을 n개 모은것이다.

$$\frac{1}{m}=1\div m \qquad \frac{n}{m}=(1\div m)\times n$$

$\frac{1}{m}$ 은 단위분수이다.

례 1 1) $\frac{1}{4}\text{m}=1\text{m}\div 4=100\text{cm}\div 4=25\text{cm}$

2) $\frac{3}{4}\text{m}=(1\text{m}\div 4)\times 3=100\text{cm}\div 4\times 3=25\text{cm}\times 3=75\text{cm}$

알아보기 다음것이 옳은가?

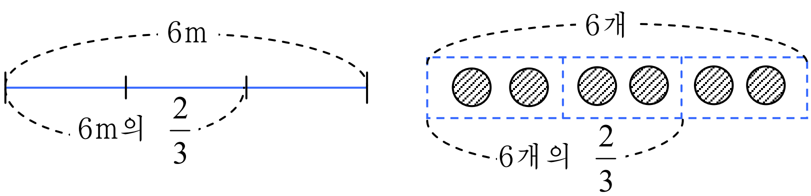


그림 4－2

a의 $\frac{n}{m}$은 a전체를 m개로 같게 나눈 n몫이다.

$$(a\text{의 } \frac{n}{m}) = (a \div m) \times n$$

례 2 1) 20의 $\frac{3}{5} = (20 \div 5) \times 3 = 4 \times 3 = 12$

2) 40kg의 $\frac{5}{8} = (40\text{kg} \div 8) \times 5 = 5\text{kg} \times 5 = 25\text{kg}$

해보기 2m의 천으로 같은 기발을 3개 만들었다. 1개에 몇m 들었겠는가? $\frac{2}{3}$m와 2m÷3을 비교하여라.

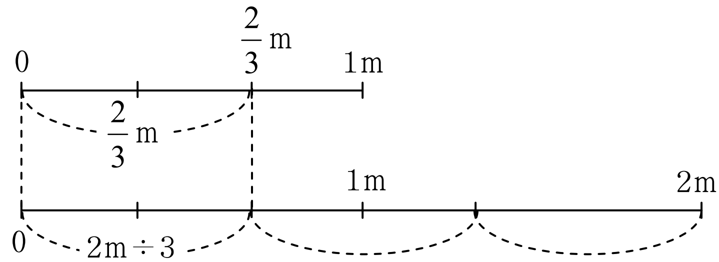


그림 4−3

분수는 분자를 분모로 나눈 상과 같다.

$$\frac{n}{m} = n \div m$$

례 3 1) $\frac{2}{5} = 2 \div 5$, $\frac{6}{2} = 6 \div 2$

2) $\frac{0}{3} = 0 \div 3$, $\frac{7}{7} = 7 \div 7$, $\frac{4}{1} = 4 \div 1 = 4$

옹근수에서와 마찬가지로 분수에서도 부수를 생각할수 있다.

례 4 1) $-\frac{2}{3} = -(2 \div 3) = (-2) \div 3$ 2) $\left|-\frac{2}{3}\right| = \frac{2}{3}$

3) $-\frac{6}{3} = -(6 \div 3) = -2$ (또는 $-\frac{6}{3} = \frac{-6}{3} = (-6) \div 3 = -2$)

문 제

1. 그림 4－4에서 빗선을 친 부분을 분수로 표시하여라.

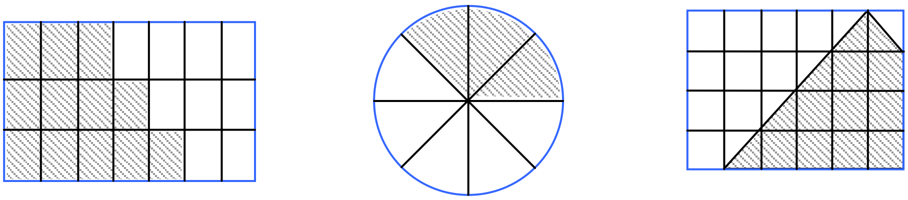


그림 4－4

2. 1) 12의 $\frac{5}{6}$를 구하여라.

   2) 1시간의 $\frac{3}{4}$은 몇분인가? $\frac{2}{3}$분은 몇초인가?

3. 1) 1dm, 39cm, 7mm는 몇분의 몇m인가?

   2) 1시간, 2시간, 12시간은 하루의 몇분의 몇인가?

4. 학생 28명가운데서 최우등생이 $\frac{3}{7}$이다. 최우등생은 몇명인가?

5. 다음 분수를 나누기로, 나누기는 분수로 고쳐라.

   1) $\frac{5}{13}$, $\frac{23}{40}$, $\frac{a}{8}$, $\frac{4}{m}$, $-\frac{5}{7}$

   2) $9\div1$, $16\div27$, $b\div2$, $3\div(-7)$, $-a\div b$

6. 다음 수들에는 $\frac{1}{2}$이 각각 몇개 들어있는가?

$$1,\ \frac{3}{2},\ \frac{5}{2},\ 1\frac{1}{2},\ 4\frac{1}{2}$$

7. 토끼 3마리가 10kg이다. 한마리가 평균 몇kg인가?

2. 분수의 크기

옹근수에서와 마찬가지로 분수에서도 $\frac{n}{m}>0$이면 **정의 분수**, $\frac{n}{m}<0$이면 **부의 분수**라고 부른다.

해보기 그림을 보고 ○안에 기호 < 또는 >가운데서 알맞는것을 써넣어라.

$$\frac{1}{5}<\frac{2}{5}\bigcirc\frac{3}{5}\bigcirc\frac{4}{5}\bigcirc\frac{5}{5} \qquad \frac{2}{2}>\frac{2}{3}\bigcirc\frac{2}{4}\bigcirc\frac{2}{5}\bigcirc\frac{2}{10}$$

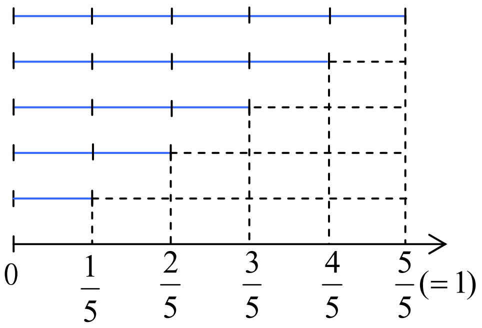


그림 4-5

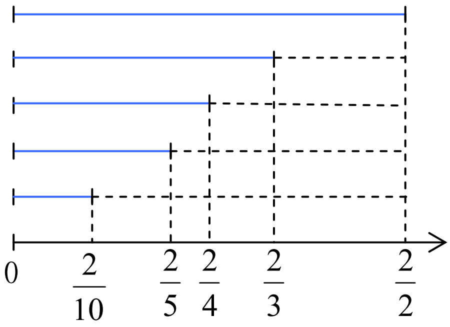


그림 4-6

정의 분수에서는 분모가 같을 때 분자가 큰 분수가 더 크다.
분자가 같을 때 분모가 작은 분수가 더 크다.

례 1 1) $\frac{3}{8}<\frac{5}{8}$ 2) $\frac{7}{9}>\frac{7}{12}$

옹근수에서와 마찬가지로 분수에서도 그 절대값을 생각할수 있다.

해보기 다음 분수를 수축에서 점으로 표시하여라. 어느 수가 더 오른쪽에 있는가? 이 분수들의 절대값을 지적하여라.

$$\frac{1}{2},\ \frac{2}{3},\ \frac{3}{5},\ -\frac{1}{2},\ -\frac{2}{3},\ -\frac{4}{5},\ -1\frac{1}{2}$$

수축에서 오른쪽(정방향)에 놓이는 수가 그보다 왼쪽(부방향)에 놓이는 수보다 크다.

해보기 ○안에 기호 > 또는 <가운데서 알맞는것을 써넣어라.

$$-\frac{5}{5}\bigcirc-\frac{4}{5}\bigcirc-\frac{3}{5}\bigcirc-\frac{2}{5}\bigcirc-\frac{1}{5}$$

$$-\frac{2}{2}\bigcirc-\frac{2}{3}\bigcirc-\frac{2}{4}\bigcirc-\frac{2}{5}\bigcirc-\frac{2}{6}$$

부의 분수에서는 분모가 같을 때 분자가 큰 분수가 더 작고 분자가 같을 때 분모가 작은 분수가 더 작다.

례 2 $-\frac{2}{7}>-\frac{3}{7},\ -\frac{5}{13}>-\frac{5}{7}$

문 제

1. 정의 분수, 부의 분수를 갈라 써라.

$$\frac{1}{2},\quad 1\frac{1}{3},\quad -\frac{3}{4},\quad -2\frac{1}{3},\quad \frac{-3}{4},\quad \frac{16}{5}$$

2. 다음 분수들을 크기가 커지는 차례로 써라.

1) $\frac{21}{37},\ \frac{16}{37},\ \frac{14}{37},\ \frac{25}{37},\ \frac{6}{37},\ \frac{5}{37}$　　2) $\frac{5}{16},\ \frac{5}{8},\ \frac{5}{15},\ \frac{5}{14},\ \frac{5}{142},\ \frac{5}{23}$

3) $-\frac{2}{21},\ -\frac{5}{21},\ -\frac{7}{21},\ -\frac{13}{21},\ -\frac{20}{21},\ -\frac{11}{21}$

4) $-\frac{4}{17},\ -\frac{4}{21},\ \frac{4}{19},\ -\frac{4}{19},\ -\frac{4}{23},\ -\frac{4}{25}$

3. 다음 수들의 절대값을 써라.

$$\frac{2}{3},\quad -\frac{3}{7},\quad \frac{19}{17},\quad -1,\quad -\frac{15}{13},\quad -5\frac{3}{8},\quad -\left(-\frac{3}{5}\right)$$

4. 다음 글에 맞는 수들을 써라.

1) 절대값이 $\frac{1}{4}$인 부의 분수와 그 반대수

2) 절대값이 $1\frac{1}{5}$인 정의 분수와 그 반대수

3) 절대값이 $3\frac{1}{3}$인 부의 분수와 그 반대수

3. 분수의 기본성질

알아보기 다음 그림에서 $\frac{1}{2}$과 크기가 같은 분수를 말하여라. $\frac{8}{12}$과 크기가 같은 분수를 말하여라.

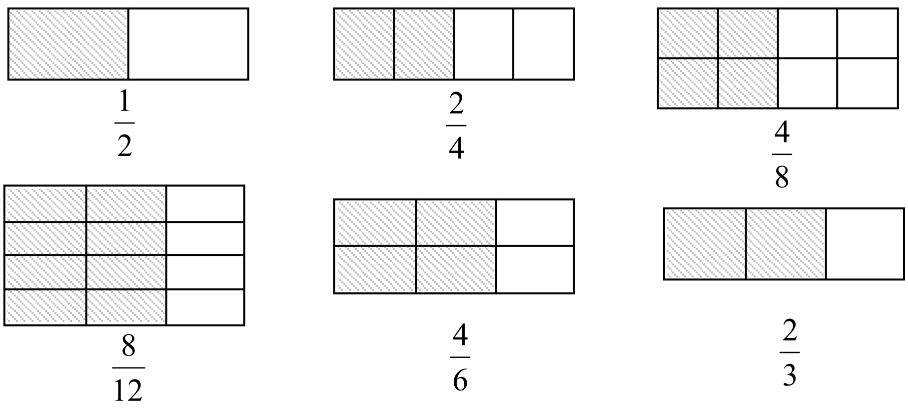


그림 4-7

분수의 기본성질

$$\frac{n}{m}=\frac{n\times p}{m\times p}, \qquad \frac{n}{m}=\frac{n\div p}{m\div p}, \quad p\neq 0$$

례 1) $\frac{2}{3}=\frac{2\times 2}{3\times 2}=\frac{4}{6}$, $\qquad \frac{2}{3}=\frac{2\times 7}{3\times 7}=\frac{14}{21}$

2) $\frac{8}{12}=\frac{8\div 4}{12\div 4}=\frac{2}{3}$

3) $\frac{1}{3}=\frac{1\times(-3)}{3\times(-3)}=\frac{-3}{-9}=\frac{3}{9}$

4) $-\frac{4}{14}=-\frac{4\div(-2)}{14\div(-2)}=-\frac{2}{7}$

문 제

1. 다음 분수들을 분모가 20인 분수로 고치면 분자는 얼마로 되겠는가?

$$\frac{1}{2}, \quad -\frac{7}{4}, \quad \frac{9}{5}, \quad -1\frac{1}{4}, \quad \frac{7}{10}, \quad -1, \quad -\frac{3}{1}$$

2. 분수 $\frac{3}{4}$과 크기가 같으면서 분모가 30보다 작은 분수를 써라.

3. 분수 $\frac{2}{5}$와 크기가 같으면서 분자가 28보다 크고 분모가 200보다 작은 분수는 몇개인가?

4. □안에 어떤 수를 써야 옳은가?

1) $\frac{3}{5}=\frac{15}{\square}$ $\qquad$ 2) $\frac{7}{12}=\frac{49}{\square}$ $\qquad$ 3) $\frac{6}{\square}=\frac{3}{2}$

4) $\frac{12}{\square}=\frac{4}{3}$ $\qquad$ 5) $\frac{9}{7}=\frac{36}{\square}$ $\qquad$ 6) $\frac{\square}{90}=\frac{9}{10}$

5. 다음 분수의 크기를 비교하여라.

1) $\frac{2}{3}, \ \frac{3}{5}, \ \frac{3}{4}$ $\qquad$ 2) $-\frac{1}{2}, \ -\frac{3}{4}, \ -\frac{5}{8}$

3) $1\frac{1}{3}$, $1\frac{2}{7}$, $1\frac{7}{9}$　　　　4) $2\frac{1}{2}$, $1\frac{3}{4}$, $1\frac{7}{9}$

4. 약분과 통분

해보기 다음 분수의 분자와 분모를 그의 공통약수로 나누어보아라. 분수의 크기가 변하겠는가?

$$\frac{8}{12},\quad \frac{6}{18},\quad -\frac{7}{14},\quad -\frac{3}{9}$$

> 분수의 분자와 분모를 공통약수로 나누어 더 간단한 수로 고치는것을 **약분**한다고 말한다.

분수의 약분은 여러가지 방법으로 할수 있다.

례 1 분자와 분모의 공통약수를 찾아 약분하는 방법

$$\frac{\overset{5}{\cancel{\overset{15}{\cancel{30}}}}}{\underset{21}{\cancel{\underset{63}{\cancel{126}}}}}=\frac{5}{21}$$

례 2 분자와 분모의 최대공통약수를 구하여 한번에 약분하는 방법

$$\frac{\overset{5}{\cancel{30}}}{\underset{21}{\cancel{126}}}=\frac{5}{21}\qquad (30,\ 126)=6$$

례 3 분자와 분모를 씨인수분해하여 약분하는 방법

$$\frac{30}{126}=\frac{\cancel{2}\times\cancel{3}\times5}{\cancel{2}\times\cancel{3}\times3\times7}=\frac{5}{3\times7}=\frac{5}{21}$$

문 제

1. 분수 $\frac{720}{1080}$을 세가지 방법으로 약분하여라.

2. 다음 분수들을 약분하여라.

$$\frac{35}{140},\ 1\frac{20}{24},\ -\frac{450}{480},\ \frac{327}{351},\ \frac{125}{375}$$

3. 약분하여라.

1) $\frac{2^2\times3\times5}{2\times3^2\times7}$ 2) $\frac{(-2)\times5\times7\times13}{3\times5\times7\times(-17)}$

3) $\frac{64\cdot22\cdot(-49)\cdot15}{66\cdot42\cdot16\cdot56}$ 4) $\frac{7\times(-5)^3\cdot2^5}{3\times(-2)^3\cdot(-5)^4}$

4. 씨인수분해하여 약분하여라.

1) $\frac{48}{128}$ 2) $\frac{104}{144}$ 3) $-\frac{196}{256}$ 4) $\frac{990}{2310}$

5. 분자는 300, 450, 525의 최대공통약수와 같고 분모는 이 수들의 최소공통배수와 같은 분수를 만들고 약분하여라.

6. 분수 $\frac{49}{79}$의 분자와 분모에서 각각 같은 수를 덜고 약분하였더니 $\frac{2}{7}$로 되였다. 어떤 수를 덜었는가?

해보기 분수 $\frac{3}{4}$과 $\frac{5}{6}$의 분모를 갈게 하면서 그 크기가 달라지지 않게 하여라.

> 2개이상의 분수들을 크기는 달라지지 않고 분모가 같은 분수로 고치는것을 **통분**한다고 말한다. 이때 같아진 분모를 **공통분모**라고 부른다. 공통분모는 보통 분모들의 최소공통배수로 정한다.

례 4 분수 $\frac{1}{6}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{12}$을 통분하여라.

(풀이) 먼저 분모들의 최소공통배수를 구한다.

$$[6,\ 8,\ 12]=24$$

다음으로 분자에 곱할 인수를 구한다.

$$6\times\boxed{4}=24,\quad 8\times\boxed{3}=24,\quad 12\times\boxed{2}=24$$

24를 공통분모로 하는 분수로 고친다.

$$\frac{1}{6}=\frac{1\times4}{24}=\frac{4}{24},\quad \frac{5}{8}=\frac{5\times3}{24}=\frac{15}{24},\quad \frac{7}{12}=\frac{7\times2}{24}=\frac{14}{24}$$

답. $\frac{4}{24}$, $\frac{15}{24}$, $\frac{14}{24}$

문 제

1. 다음 분수를 통분하여라.

1) $\frac{3}{5}$과 $\frac{5}{6}$　　2) $\frac{7}{9}$과 $\frac{7}{12}$　　3) $-\frac{1}{10}$과 $2\frac{11}{15}$

4) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{15}$　　5) $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{7}{9}$　　6) $2\frac{4}{15}$, $1\frac{7}{8}$, $\frac{5}{24}$

2. 다음 분수들의 크기를 비교하여라.

1) $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{9}$　　2) $-\frac{5}{6}$, $-\frac{8}{9}$　　3) $\frac{5}{6}$, $\frac{13}{18}$, $\frac{3}{9}$　　4) $\frac{5}{36}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{29}{144}$

3. 다음 분수를 커지는 차례로 써라.

1) $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{13}{8}$　　2) $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{4}{11}$, $\frac{6}{17}$, $\frac{7}{19}$

3) $-\frac{4}{7}$, $-\frac{3}{5}$, $-\frac{7}{9}$　　4) $-\frac{2}{5}$, $\frac{3}{8}$, $-\frac{3}{4}$, $-\frac{4}{6}$

4. 분모가 3이고 분자가 -4보다 크고 11보다는 작은 분수들가운데 옹근수가 아닌 분수는 몇개인가?

5. $-\frac{9}{4}$와 $\frac{9}{2}$사이에 있는 옹근수를 다 써라.

상식

분수의 발생

분수는 자연수보다 퍽 후에야 나왔다.

먼 옛날 사람들은 물체의 길이나 땅의 면적, 그릇의 용적 등을 자연수만 가지고 표시하였으며 단위보다 작은 나머지 량을 버렸다.

그러나 사회가 발전하고 단위보다 작은 량을 다루어야 할 필요가 많이 제기됨에 따라 점차 단위량들을 몇개로 같게 나눈 한 몫을 새로운 작은 단위로 잡아 쓰기 시작하였다. 이렇게 되여 분수가 발생되였다.

지금 우리가 쓰고있는 모양의 분수표시방법은 12～13세기경에 나왔으나 16세기에 이르러서야 널리 사용되기 시작하였다.

련습문제

1. 학생들이 행군을 하였다. 산길로는 3km의 $\frac{2}{3}$를 가고 큰 길로는 5km의 $\frac{2}{5}$를 갔다. 어느 길로 얼마나 더 갔는가?

2. 다음것을 ( )안에 써놓은 단위로 고쳐라.

   1) $\frac{2}{5}$일간(시간) 2) $\frac{3}{10}m^3(dm^3)$

   3) $3\frac{2}{5}$시간(분) 4) $1\frac{4}{5}$m(cm)

3. 다음 점들을 하나의 수축에 표시하여라.

   1) A(3) 2) $B(2\frac{1}{2})$ 3) $C(-\frac{1}{2})$

   4) $D(-1\frac{1}{3})$ 5) $E(\frac{1}{2})$ 6) F(−3)

4. 다음의 분수들가운데서 3보다 크고 6보다 작은 수를 말하여라.

$$\frac{19}{3},\ \frac{17}{2},\ \frac{31}{4},\ \frac{14}{3},\ \frac{11}{5},\ \frac{45}{8}$$

5. 다음 분수들가운데서 −5보다 크고 1보다 작은 수를 말하여라.

$$1\frac{1}{2},\ \frac{3}{12},\ -6\frac{1}{2},\ \frac{5}{6},\ -3\frac{3}{4},\ \frac{17}{135},\ -\frac{76}{17}$$

6. 약분하여라.

   1) $\frac{45}{10},\ \frac{22}{4},\ \frac{35}{140},\ \frac{13}{169},\ \frac{45}{270}$ 2) $\frac{450}{480},\ \frac{327}{351},\ \frac{204}{312},\ \frac{7675}{825},\ \frac{3200}{36000}$

7. 약분하여라.

   1) $\frac{16}{64},\ \frac{166}{664},\ \frac{1666}{6664},\ \frac{16666}{66664}$ 2) $\frac{19}{95},\ \frac{199}{995},\ \frac{1999}{9995},\ \frac{19999}{99995}$

8. 다음것을 간단히 하여라.

   1) $\frac{17\times3\times9}{6\times51\times15}$ 2) $\frac{16\times13\times6}{6\times9\times26}$ 3) $\frac{198\times8}{22\times4\times20\times9}$

   4) $\frac{8\times3^4\times5}{3^3\times6^2\times15}$ 5) $\frac{2^5\times(-3)\times5}{-16\times9\times5^2}$ 6) $\frac{-2^3\times9^2\times7}{(2\times3)^3\times18}$

9. 통분하여라.

   1) $\frac{3}{20},\ \frac{2}{15}$ 2) $\frac{11}{50},\ \frac{7}{20},\ \frac{7}{120}$

3) $\frac{5}{14}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{2}{35}$　　　4) $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{4}{15}$

5) $\frac{17}{65}$, $3\frac{1}{10}$, $5\frac{1}{180}$　　　6) $1\frac{5}{12}$, 2, $3\frac{3}{16}$

10. 1) $\frac{5}{19} < \frac{9}{\square}$에 맞는 가장 큰 옹근수 □를 구하여라.

2) $\frac{\square}{7} < \frac{5}{13}$에 맞는 가장 큰 옹근수 □를 구하여라.

11. 분수 $\frac{2}{3}$와 크기가 같으면서 분모가 20보다 작은 정의 분수를 모두 써라.

12. $-\frac{1}{4}$보다 크고 $\frac{4}{5}$보다 작으면서 분모가 4인 다 약분된 분수를 모두 써라.

13. 어떤 분수의 분모와 분자의 합은 42이고 그 분수를 약분하면 $\frac{3}{4}$이 된다. 그 분수를 구하여라.

14. 다음 분수들이 배렬된 규칙을 찾아보고 15번째 분수를 말하여라.

$$\frac{1}{10},\ -\frac{1}{16},\ \frac{1}{22},\ -\frac{1}{28},\ \frac{1}{34},\ -\frac{1}{40},\ \frac{1}{46}$$

제2절. 더하기와 덜기

해보기 다음 그림들을 분수로 표시해보아라.

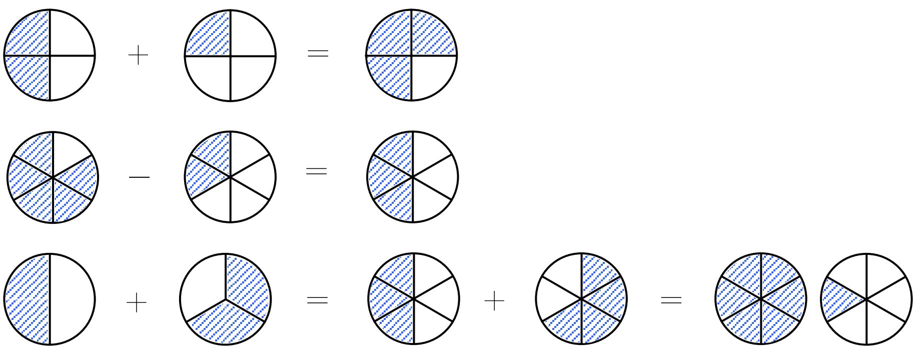


그림 4-8

분모가 같은 분수들끼리 더하거나 덜자면 분모는 그대로 두고 분수의 부호는 분자에 달아주고 분자끼리 더하거나 던다.

분모가 다른 분수들을 더하거나 덜 때에는 먼저 통분하여 분모를 같게 만든 다음에 더하거나 던다.

례 1

1) $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{3}{8}=\frac{8}{24}+\frac{6}{24}+\frac{9}{24}=\frac{8+6+9}{24}=\frac{23}{24}$

2) $\frac{5}{6}-\frac{1}{3}-\frac{2}{9}=\frac{15}{18}-\frac{6}{18}-\frac{4}{18}=\frac{15-6-4}{18}=\frac{5}{18}$

3) $\frac{1}{3}-\frac{3}{4}+\frac{1}{6}=\frac{4}{12}-\frac{9}{12}+\frac{2}{12}=\frac{4-9+2}{12}=-\frac{3}{12}=-\frac{1}{4}$

4) $2-1\frac{1}{3}=2-\frac{4}{3}=\frac{6}{3}-\frac{4}{3}=\frac{6-4}{3}=\frac{2}{3}$

5) $7-\left(-\frac{1}{4}\right)=7+\frac{1}{4}=7\frac{1}{4}$

문 제

1. 다음것을 계산하여라.

1) $\frac{3}{4}+\frac{1}{6}$ 2) $\frac{2}{3}-\frac{1}{7}$

3) $-\frac{5}{8}+\frac{7}{10}+\frac{3}{25}$ 4) $\frac{1}{2}+\left(-\frac{5}{6}\right)-\frac{2}{5}$

2. 데림분수를 가분수로, 가분수를 데림분수로 고쳐라.

1) $2\frac{3}{15}$, $7\frac{5}{6}$, $-1\frac{1}{3}$, $5\frac{7}{16}$

2) $\frac{71}{23}$, $\frac{29}{17}$, $-\frac{57}{18}$, $\frac{128}{16}$

3. 다음것을 계산하여라.

1) $3-\frac{1}{7}$ 2) $4-3\frac{1}{3}$ 3) $3\frac{1}{3}-\frac{1}{2}$

4) $4\frac{5}{14}-2\frac{4}{21}$ 5) $-8\frac{5}{6}+3\frac{9}{10}$

4. 1) $7\frac{1}{3}$에 어떤 수를 더하면 $3\frac{1}{7}$이 되겠는가?

2) 어떤 수에 $13\frac{1}{6}$을 더하면 $11\frac{1}{9}$이 되겠는가?

3) 어떤 수에서 $\frac{4}{9}$를 덜면 $\frac{5}{2}$가 되겠는가?

4) $\frac{5}{7}$에서 어떤 수를 덜면 $1\frac{1}{2}$이 되겠는가?

5. 어떤 일을 하는데 A는 12시간, B는 15시간, C는 10시간 걸린다. 세 사람이 함께 일하면 한시간에 그 일의 몇분의 몇을 할수 있겠는가?

6. 계산한 다음 더하기로 검산하여라.

1) $3\frac{7}{12}-1\frac{3}{4}$ 2) $7\frac{1}{3}-\left(-1\frac{1}{2}\right)$

3) $8\frac{3}{8}-2\frac{11}{12}$ 4) $-3\frac{1}{7}-\left(-1\frac{1}{21}\right)$

알아보기 두 분수를 더하면 그 합이 늘 분수이겠는가?

분수 + 분수 = 분수

해보기 다음 식의 값을 비교하여라.

1) $\frac{3}{4}+\left(-\frac{1}{3}\right)$과 $-\frac{1}{3}+\frac{3}{4}$

2) $\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}\right)+\frac{1}{4}$과 $\frac{1}{2}+\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{4}\right)$

분수의 더하기성질

$$\frac{m}{a}+\frac{n}{b}=\frac{n}{b}+\frac{m}{a} \quad \text{(바꿈법칙)}$$

$$\left(\frac{m}{a}+\frac{n}{b}\right)+\frac{p}{c}=\frac{m}{a}+\left(\frac{n}{b}+\frac{p}{c}\right) \quad \text{(묶음법칙)}$$

$$\frac{n}{m}+0=0+\frac{n}{m}=\frac{n}{m}$$

례 2 1) $\frac{2}{5}+\frac{3}{4}+\frac{3}{5}=\frac{2}{5}+\frac{3}{5}+\frac{3}{4}=1+\frac{3}{4}=1\frac{3}{4}$

2) $4\frac{5}{6}+1\frac{3}{4}=4\frac{10}{12}+1\frac{9}{12}=\left(4+\frac{10}{12}\right)+\left(1+\frac{9}{12}\right)$

$=(4+1)+\left(\frac{10}{12}+\frac{9}{12}\right)=5+\frac{19}{12}=5+1\frac{7}{12}=6\frac{7}{12}$

3) $1\frac{1}{2}+\left(-2\frac{2}{3}\right)=1+\frac{1}{2}-\left(2+\frac{2}{3}\right)$

$=(1-2)+\left(\frac{1}{2}-\frac{2}{3}\right)=-1-\frac{1}{6}=-1\frac{1}{6}$

문 제

계산하여라. (1－2)

1. 1) $\frac{3}{4}+\frac{7}{9}+\frac{3}{8}+\frac{1}{18}$ 2) $\frac{5}{8}-\left(-\frac{7}{15}\right)+\frac{3}{8}+\frac{1}{4}-\frac{11}{30}$

3) $-\frac{7}{720}+\left(\frac{31}{144}+\frac{53}{72}\right)$ 4) $\frac{1}{6}-\left(-\frac{11}{36}\right)+\frac{5}{12}+\frac{17}{72}$

5) $\frac{1}{2}-\left(-\frac{1}{3}\right)+\frac{3}{4}$ 6) $\frac{17}{66}-\frac{3}{44}-\left(-\frac{2}{33}\right)$

2. 1) $\frac{3}{4}-\left(\frac{5}{6}-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\frac{5}{6}-\left(\frac{5}{12}-\frac{5}{4}\right)-\left(-\frac{24}{7}\right)$

2) $-\frac{51}{21}-\left\{\left(\frac{5}{6}+\frac{3}{14}\right)-\left[\frac{13}{30}-\left(\frac{5}{12}+\left(-\frac{7}{20}\right)\right)\right]\right\}$

3. 가로, 세로, 대각선으로 더해서 합이 다 같아지게 빈칸에 알맞는 수를 써넣어라.

$\frac{1}{2}$		
	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{4}$
		$\frac{1}{3}$

4. 한 모임에 참가한 전체 학생의 $\frac{2}{7}$ 는 대학생이고 $\frac{1}{3}$ 은 전문학교 학생이며 나머지는 중학교 학생이다. 중학교 학생이 전문학교 학생보다 얼마나 더 많은가?

련습문제

1. 다음것을 계산하여라.

1) $\frac{3}{4}+\frac{2}{3}+\frac{5}{6}+\frac{7}{12}$ 　　2) $5\frac{1}{7}+\left(2\frac{1}{4}\right)-1\frac{1}{2}+\left(-\frac{3}{28}\right)$

3) $\frac{19}{20}-\left(\frac{7}{15}+\frac{5}{15}\right)$ 　　4) $\frac{9}{20}-\left(\frac{11}{30}-\frac{4}{15}\right)$

2. $1\frac{1}{4}$의 절대값과 $-1\frac{3}{4}$의 합에 $-1\frac{1}{5}$의 절대값을 더하여라.

3. $-2\frac{3}{5}$의 절대값과 $1\frac{2}{3}$의 반대수와 수 6을 더하여라.

4. 다음것을 계산하여라.

1) $3\frac{5}{6}+1\frac{2}{3}-\frac{5}{12}$ 　　2) $9-7\frac{5}{6}+2\frac{35}{42}$

3) $11\frac{1}{6}+2\frac{49}{90}+5\frac{4}{15}$ 　　4) $\left[-2\frac{2}{3}+\left(-5\frac{3}{4}\right)\right]+\left(-1\frac{5}{12}\right)$

5. 어느 한 공장에서 생산한 학생옷의 $\frac{2}{9}$ 는 중학생옷이고 $\frac{3}{5}$ 은 소학교 학생옷이며 나머지는 유치원생옷이다. 유치원생옷은 소학교 학생옷보다 얼마나 더 적은가?

6. 복숭아가 두상자 있는데 첫째 상자에서 $2\frac{1}{4}$ kg을 꺼내여 둘째 상자에

넣었는데도 첫째 상자의것이 둘째 상자의것보다 $1\frac{3}{4}$kg 더 많다. 처음에 첫째 상자에는 둘째 상자보다 복숭아가 몇kg 더 있었겠는가?

7. 다음것을 계산하여라.

1) $3\frac{7}{24}+\left(-6\frac{13}{30}\right)$　　2) $27\frac{25}{48}-19\frac{17}{60}$

3) $\left|-5\frac{1}{7}+\left[2\frac{1}{3}+\left(-2\frac{1}{6}\right)\right]\right|$　　4) $\left|-2\frac{3}{4}+3\frac{1}{2}+\left(-\frac{3}{4}\right)\right|+1\frac{1}{8}+2\frac{1}{4}$

8. 세개의 다 약분된 참분수 $\frac{a}{3}$, $\frac{b}{4}$, $\frac{c}{6}$가 있다. 이 세 분수의 분자에 각각 c를 더하여 만든 세 분수의 합은 6이다. 처음 세 분수를 구하여라.

9. 3각형 ABC의 변 AB의 길이는 $7\frac{5}{8}$cm이고 변 BC의 길이는 AB의 길이보다 $1\frac{1}{4}$cm 더 길다. 그리고 변 AC의 길이는 BC의 길이보다 $\frac{7}{16}$cm 짧다. 이 3각형의 둘레의 길이를 구하여라.

10. 길이가 꼭같은 두 막대기가 있는데 첫 막대기는 10등분하고 둘째 막대기는 13등분하였다. 두 막대기를 땅에 곧추 세웠을 때 두 막대기의 량쪽 끝점들을 제외한 등분점들가운데 거리가 제일 가까운것은 어느 등분점인가?

11. 한 기관차의 큰 바퀴의 둘레는 6m이고 작은 바퀴의 둘레는 큰 바퀴의 둘레의 $\frac{2}{3}$이다. 큰 바퀴가 320만번 돌면 이동안에 작은 바퀴는 몇번 돌겠는가?

12. 공사장에 돌을 나르는데 첫번째는 $22\frac{1}{2}$t을 나르고 두번째는 5t 더 나르고 세번째는 첫번째보다 $4\frac{3}{4}$t 더 날랐다. 세번에 돌을 모두 얼마나 날랐는가?

13. 그림 4－9에서 큰 4각형은 바른4각형이다. 작은 4각형의 면적 S를 구하여라.

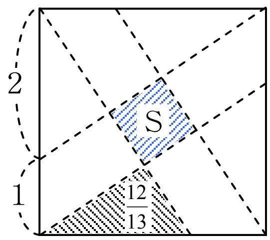


그림 4－9

14. 다음것을 계산하여라.

1) $\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\frac{1}{4\times5}+\frac{1}{5\times6}+\frac{1}{6\times7}+\frac{1}{7\times8}+\frac{1}{8\times9}+\frac{1}{9\times10}$

2) $\frac{1}{110}+\frac{1}{132}+\frac{1}{156}+\frac{1}{182}+\frac{1}{210}$

15. 다음것을 계산하여라.

$$\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\right)+\left(\frac{1}{4}+\frac{2}{4}+\frac{3}{4}\right)+\left(\frac{1}{5}+\frac{2}{5}+\frac{3}{5}+\frac{4}{5}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{60}+\frac{2}{60}+\frac{3}{60}+\cdots+\frac{59}{60}\right)$$

제3절. 곱하기와 나누기

1. 곱하기

해보기 그림에서 빗선을 친 직4각형의 면적을 각각 다음과 같이 계산하였다. 옳게 계산하였는가를 따져보아라.

1) $\frac{4}{5}\times 2=\frac{4\times 2}{5}=\frac{8}{5}\,(\mathrm{m}^2)$ 2) $\frac{4}{5}\times\frac{2}{3}=\frac{4\times 2}{5\times 3}=\frac{8}{15}\,(\mathrm{m}^2)$

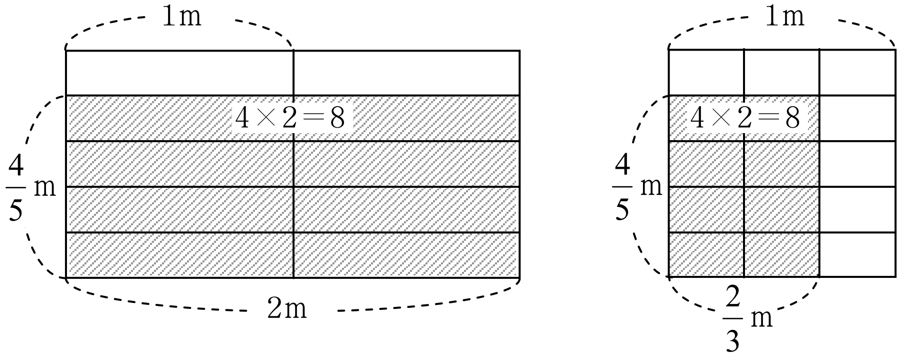


그림 4—10

분수의 곱하기

분수들을 곱하려면 분자는 분자끼리, 분모는 분모끼리 곱하면 된다.

$$\frac{n}{m}\times\frac{q}{p}=\frac{n\times q}{m\times p},\qquad \frac{n}{m}\times q=\frac{n\times q}{m}$$

이때 적은 같은 부호를 가진 두 분수를 곱하면 정의 분수, 서로 다른 부호를 가진 두 분수를 곱하면 부의 분수로 된다.

례 1 1) $\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}=\frac{3\times 2}{4\times 3}=\frac{1}{2}$ 2) $-6\times\frac{5}{27}=-\frac{30}{27}=-\frac{10}{9}=-1\frac{1}{9}$

례 2 $\left(2\frac{1}{2}\right)^2\times\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{5}{2}\times\frac{5}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{25}{36}$

데림분수가 섞인 곱하기에서는 보통 데림분수를 가분수로 고쳐서 계산한다.

례 3 $\left(-2\frac{7}{10}\right)\times1\frac{2}{3}=\left(-\frac{27}{10}\right)\times\frac{5}{3}=-\frac{9}{2}=-4\frac{1}{2}$

문 제

1. 다음것을 계산하여라.

1) $\frac{3}{8}\times\frac{6}{15}$ 2) $\frac{2}{3}\times\frac{3}{2}$ 3) $\frac{3}{7}\times\left(-\frac{2}{3}\right)$

4) $-3\frac{8}{9}\times(-3)$ 5) $\frac{8}{15}\times\left(-\frac{5}{12}\right)\times\frac{9}{10}$ 6) $\frac{3}{7}\times\left(-\frac{5}{28}\right)\times\left(-\frac{8}{42}\right)$

2. 다음 계산에서 틀린 곳을 찾아 바로 고쳐라.

1) $\frac{2}{3}\times2=\frac{2\times2}{3\times2}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$ 2) $3\times\frac{5}{7}=3\frac{5}{7}$

3) $\frac{9}{10}\times5=\frac{9}{50}$ 4) $\frac{5}{7}\times\frac{3}{4}=\frac{5\times4}{7\times3}=\frac{20}{21}$

3. 다음것을 계산하여라.

1) $2\frac{1}{3}\times6$ 2) $-8\times2\frac{2}{3}$ 3) $\frac{7}{3}\times5\frac{1}{4}$

4) $-2\frac{1}{5}\times\frac{5}{4}$ 5) $-1\frac{2}{7}\times\left(-1\frac{1}{4}\right)$ 6) $4\frac{1}{2}\times\left(-2\frac{2}{15}\right)$

7) $\left(\frac{3}{5}\right)^2$ 8) $\left(-\frac{3}{4}\right)^3\times\left(\frac{2}{3}\right)^2$ 9) $\frac{8}{7}\times\left(-\frac{1}{3}\right)^4$

4. 한 학급 학생의 $\frac{4}{5}$ 가 최우등생이고 최우등생의 $\frac{2}{5}$ 가 수학경연참가자이다. 수학경연참가자는 이 학급 학생수의 몇분의 몇인가?

5. 학교에서 혁명사적지까지의 거리는 16km이다. 학생들이 전체 거리의 $\frac{5}{8}$ 는 기차를 타고 나머지의 $\frac{3}{5}$ 은 뻐스를 타고 나머지거리는 걸어갔다. 걸어간 거리는 전체 거리의 몇분의 몇인가? 또 그것은 몇km인가?

6. 다음것을 계산하여라.

1) $\left(3+\frac{1}{4}\right)\times\frac{12}{13}$ 2) $\left[\left(\frac{2}{5}+\frac{1}{3}\right)\times\frac{3}{121}+\frac{7}{11}\right]\times\frac{5}{12}$

3) $3\frac{1}{6}-\left(\frac{2}{3}+\frac{3}{7}\right)\times(-7)$ 4) $\left(\frac{3}{7}-\frac{1}{2}\right)\times4\times\left[\left(\frac{1}{4}-2\right)\times2\right]$

2. 나누기

해보기 다음것을 계산해보아라. 무엇을 알수 있는가?

$$\frac{2}{7}\times\frac{7}{2}, \qquad 5\times\frac{1}{5}$$

곱하여 1이 되는 두 수를 서로 다른것의 **거꿀수**라고 부른다.

$$\frac{b}{a}\times\frac{a}{b}=1$$

$\frac{b}{a}$는 $\frac{a}{b}$의 거꿀수, $\frac{a}{b}$는 $\frac{b}{a}$의 거꿀수

(주의) 0의 거꿀수는 없다. 령 아닌 모든 수는 거꿀수를 가진다.

례 1 1) $\frac{3}{4}$의 거꿀수는 $\frac{4}{3}$

2) $-\frac{2}{3}$의 거꿀수는 $-\frac{3}{2}$

3) $\frac{1}{9}$의 거꿀수는 9

문 제

1. □안에 알맞는 수를 써넣어라.

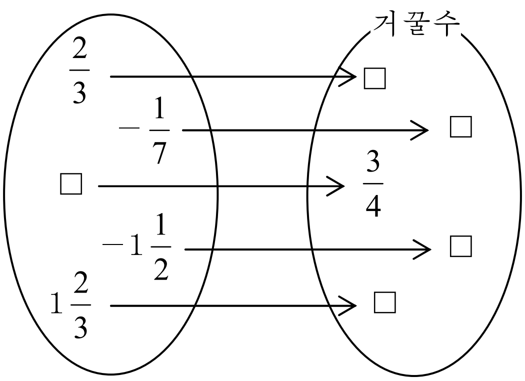


그림 4-11

2. x의 값을 암산으로 구하여라.

1) $\frac{3}{5}\times x=1$　　2) $5\times x=1$　　3) $-6\times x=1$

4) $2\frac{1}{3}\times x=1$　　5) $x\times 8=1$　　6) $x\times\left(-1\frac{1}{3}\right)=1$

3. 다음것이 옳은가를 따져보아라.

1) 자연수의 거꿀수는 단위분수이고 단위분수의 거꿀수는 자연수이다.

2) 어떤 분수의 거꿀수는 그 분수의 분자와 분모를 바꾸어놓은 분수이다.

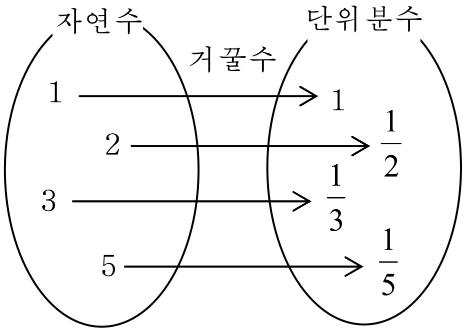


그림 4-12

알아보기 $a\div b$는 $b\times x=a$에서 x를 구하는 산법이다.

$\frac{7}{12}\div\frac{7}{6}$은 $\frac{7}{6}\times x=\frac{7}{12}$에 맞는 x를 구하는것이다.

x는 어떤 수인가?

분수의 나누기

어떤 수를 분수로 나누려면 분수의 거꿀수를 곱하면 된다.

$$a\div\frac{p}{q}=a\times\frac{q}{p},\qquad \frac{n}{m}\div\frac{q}{p}=\frac{n}{m}\times\frac{p}{q}$$

례 2　1) $3\div\frac{6}{7}=3\times\frac{7}{6}=\frac{7}{2}=3\frac{1}{2}$

2) $-\frac{4}{5}\div\frac{3}{10}=-\frac{4}{5}\times\frac{10}{3}=-\frac{8}{3}=-2\frac{2}{3}$

례 3　$2\frac{1}{7}\div 1\frac{19}{21}=\frac{15}{7}\div\frac{40}{21}=\frac{15}{7}\times\frac{21}{40}=\frac{9}{8}=1\frac{1}{8}$

나누기를 할 때 데림분수는 가분수로 고쳐 계산한다.

문 제

1. 다음것을 계산하여라.

1) $\frac{1}{4} \div \frac{2}{3}$　　2) $\frac{2}{3} \div \frac{2}{3}$　　3) $-\frac{3}{11} \div \frac{9}{22}$

4) $1\frac{5}{6} \div (-15)$　　5) $-9 \div 6\frac{3}{4}$　　6) $-3\frac{5}{8} \div \left(-2\frac{2}{3}\right)$

7) $14\frac{14}{15} \div (-7)$　　8) $1 \div 3\frac{1}{3}$　　9) $0 \div 1\frac{1}{3}$

2. 한시간에 $4\frac{1}{2}$km씩 걸어갔다면 $14\frac{2}{5}$km를 몇시간에 갈수 있는가?

3. 빈칸에 알맞는 수를 써넣어라.

전체거리(km)	$126\frac{1}{2}$	$168\frac{1}{2}$	
속도(km/h)	$36\frac{1}{2}$		$26\frac{3}{4}$
걸린 시간		$3\frac{2}{5}$	$5\frac{2}{7}$

4. 다음것을 계산하여라.

1) $2\frac{1}{3} \div 4\frac{2}{3}$　　2) $\left[\left(-\frac{11}{12}\right) \times \frac{3}{22}\right] \div \frac{4}{5}$

3) $\left[\frac{5}{16} \div \left(-\frac{5}{8}\right)\right] \times (-12)$　　4) $-1\frac{1}{7} \div \left[3\frac{5}{6} \div \left(-1\frac{1}{12}\right)\right]$

5. 한 답사행군대가 첫 한시간동안에 목적지까지 거리의 $\frac{1}{2}$을, 다음 한시간동안에는 목적지까지 거리의 $\frac{1}{3}$을 행군하였다. 이제 목적지까지 거리가 2km 남았다. 출발지로부터 목적지까지의 거리는 얼마인가?

6. 어떤 수 a의 거꿀수는 $\frac{1}{a}$이라는것을 실례를 들어 밝혀보아라.

해보기 $\dfrac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{7}}$을 계산하고 이 분수와 얻어진 상의 분자, 분모를 따져보아라.

$$\frac{\frac{b}{a}}{\frac{d}{c}} = \frac{b}{a} \div \frac{d}{c} = \frac{b}{a} \times \frac{c}{d} = \frac{bc}{ad}$$

$$\text{분자}\ \text{분모}\quad \frac{\frac{b}{a}}{\frac{d}{c}}=\frac{bc}{ad}$$

례 4 1) $\frac{\frac{7}{18}}{\frac{8}{21}}=\frac{7\times21}{18\times8}=\frac{49}{48}=1\frac{1}{48}$

2) $\frac{\left[-1\frac{3}{4}+\left(-\frac{1}{3}\right)\right]\times\frac{2}{25}}{\frac{1}{5}+\left(-\frac{2}{3}\right)}=\frac{-\left(\frac{21}{12}+\frac{4}{12}\right)\times\frac{2}{25}}{\frac{3}{15}-\frac{10}{15}}=\frac{-\frac{25}{12}\times\frac{2}{25}}{-\frac{7}{15}}$

$=\frac{-\frac{1}{6}}{-\frac{7}{15}}=\frac{15}{42}=\frac{5}{14}$

문 제

1. 분수 $a=\frac{5}{7}$, $b=\frac{29}{26}$, $c=-\frac{321}{123}$일 때 거꿀수 $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$, $\frac{1}{c}$를 구하여라.

2. 다음것을 계산하여라.

1) $\frac{\frac{7}{15}}{\frac{21}{35}}$ 2) $\frac{-\frac{17}{26}}{-\frac{34}{54}}$ 3) $\frac{1\frac{5}{7}}{-3\frac{1}{4}}$

3. 다음것을 계산하여라.

1) $\frac{2\frac{1}{7}+3\frac{2}{3}}{\frac{12}{25}\div\frac{8}{25}}$ 2) $\frac{\frac{7}{12}-\frac{5}{8}}{\frac{11}{24}-\frac{7}{8}}$

3) $\dfrac{\dfrac{20}{17}\times\dfrac{7}{10}}{-\dfrac{12}{30}}+\dfrac{12\dfrac{1}{4}}{7}\div\left(-\dfrac{1}{4}\right)$　　　4) $\dfrac{\left(1\dfrac{1}{2}\div2\dfrac{2}{3}+3\dfrac{3}{4}\right)\times\left(-3\dfrac{3}{5}\right)}{\left(14-15\dfrac{1}{8}\right)\div\left(2\dfrac{1}{5}\right)}$

3. 곱하기성질

알아보기 두 분수를 곱하면 그 적도 분수인가를 따져보아라.

$$\text{분수}\times\text{분수}=\text{분수}$$

해보기 다음 두 식을 계산하고 비교하여라.

1) $\dfrac{3}{4}\times\dfrac{5}{7}$ 와 $\dfrac{5}{7}\times\dfrac{3}{4}$

2) $\dfrac{3}{4}\times\left(\dfrac{5}{8}\times\dfrac{1}{10}\right)$ 과 $\left(\dfrac{3}{4}\times\dfrac{5}{8}\right)\times\dfrac{1}{10}$

3) $\left(\dfrac{2}{3}+\dfrac{3}{5}\right)\times\dfrac{5}{8}$ 와 $\dfrac{2}{3}\times\dfrac{5}{8}+\dfrac{3}{5}\times\dfrac{5}{8}$

분수의 곱하기성질

$\dfrac{n}{m}\times\dfrac{q}{p}=\dfrac{q}{p}\times\dfrac{n}{m}$ (바꿈법칙)

$\left(\dfrac{b}{a}\times\dfrac{n}{m}\right)\times\dfrac{q}{p}=\dfrac{b}{a}\times\left(\dfrac{n}{m}\times\dfrac{q}{p}\right)$ (묶음법칙)

$\left(\dfrac{b}{a}+\dfrac{n}{m}\right)\times\dfrac{q}{p}=\dfrac{b}{a}\times\dfrac{q}{p}+\dfrac{n}{m}\times\dfrac{q}{p}$ (분배법칙)

$\dfrac{b}{a}\times1=1\times\dfrac{b}{a}=\dfrac{b}{a}$

$\dfrac{a}{b}\times\dfrac{b}{a}=a\times\dfrac{1}{a}=1$

례 1) $80\times\frac{2}{9}\times18=80\times\left(\frac{2}{9}\times18^{2}\right)=80\times4=320$

2) $\left(-\frac{10}{27}\right)\times\left(\frac{3}{4}+\frac{9}{10}\right)=\left[\left(-\frac{10}{27}\right)\times\frac{3}{4}\right]+\left[\left(-\frac{10}{27}\right)\times\frac{9}{10}\right]$

$=-\left(\frac{10^{5}}{27_{9}}\times\frac{3^{1}}{4_{2}}\right)-\left(\frac{10^{1}}{27_{3}}\times\frac{9^{1}}{10_{1}}\right)=-\frac{5}{18}-\frac{1}{3}=-\frac{5}{18}-\frac{6}{18}=-\frac{11}{18}$

문 제

1. 분자가 1인 두 분수를 곱하면 그 적도 분자가 1인 분수이겠는가?
2. 다음것을 계산하여라.

1) $80\times\frac{2}{9}\times18$

2) $\frac{3}{4}\times\frac{5}{7}\times1\frac{2}{3}\times\frac{2}{15}$

3) $-\frac{2}{3}\times\frac{1}{5}\times\left(-\frac{3}{4}\right)\times\frac{5}{9}$

4) $\frac{4}{15}\times1\frac{7}{9}\times\left(-\frac{9}{16}\right)\times\frac{3}{4}$

5) $\frac{10}{27}\times\left(\frac{11}{4}+\frac{11}{5}\right)$

6) $\frac{18}{5}\times\left(\frac{3}{7}-\frac{1}{4}\right)$

7) $\left[\frac{54}{20}+\left(-\frac{1}{10}\right)\right]\times\left(-\frac{5}{13}\right)$

8) $-\left(\frac{3}{5}+\frac{2}{5}\right)\times\left(-\frac{11}{13}\right)$

9) $4\frac{4}{3}\times\frac{8}{19}\times4\frac{1}{6}$

10) $42\frac{17}{22}\times(-9)+34\frac{5}{22}\times9$

3. 분자, 분모의 합이 10으로 되는 분수는 모두 몇개인가? 이런 분수들의 적은 얼마인가?

4. 1) $\left(\frac{9}{10}-\frac{3}{16}\right)\div\frac{3}{8}$

2) $\left(\frac{9}{13}\times\frac{12}{23}\right)\div\left(\frac{9}{13}\right)$

3) $\left(\frac{13}{40}+\frac{39}{100}\right)\div\frac{3}{40}$

4) $\left(1\frac{4}{5}+\frac{7}{12}\right)\div\left(-2\frac{1}{3}\right)$

련습문제

1. 어느 식의 값이 9보다 큰가, 작은가, 같은가를 계산해보지 말고 따져보아라.

1) $9\times\frac{4}{5}$　　2) $9\times1\frac{1}{3}$　　3) $\frac{1}{6}\times9$

4) $9\times\frac{11}{7}$　　5) $9\times\left(-\frac{11}{6}\right)$　　6) $9\div\frac{2}{7}$

7) $9\div2\frac{1}{2}$　　8) $9\div1$　　9) $9\times\frac{13}{11}$

10) $-9\div\left(-\frac{6}{7}\right)$

2. 다음것을 계산하여라.

1) $\frac{5}{3}\times\frac{4}{7}\times\frac{21}{20}$　　2) $\left(\frac{4}{7}\div\frac{2}{3}\right)\div\frac{6}{7}$　　3) $\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)\div\frac{5}{6}$

3. 어느 한 작업반에서 한달 생산계획의 $\frac{3}{28}$인 75t의 제품을 4일동안에 생산하였다. 앞으로 몇t을 더 생산하여야 이달 계획을 수행하겠는가? 이 작업반에서 한달 계획을 하루에 평균 몇t씩 생산하는것으로 계획하였는가?(한달에 25일간 일하는것으로 할것)

4. 자연수 n의 바로 다음수는 $n+1$이고 바로 앞의 수는 $n-1$이다. 분수 $\frac{2}{5}$의 바로 앞의 수를 $\frac{1}{5}$, 바로 다음수를 $\frac{3}{5}$이라고 말할수 있는가?

5. 0과 1사이에는 한개의 옹근수도 없다. 분수는 몇개나 있겠는가?

6. $a=\frac{5}{12}$, $b=\frac{3}{8}$, $c=-\frac{1}{6}$일 때 다음것을 구하여라.

1) $(a\div b)\times c$　　2) $(-a+b)\div c$　　3) $[a+(-b)]\div c$

7. $a=\frac{5}{7}$, $b=-\frac{3}{14}$, $c=\frac{2}{21}$일 때 다음것을 구하여라.

1) $(a\times b+b\times c)\div c$　　2) $(a\div b-b\div c)\times c$

8. 어떤 작업량을 1작업반 혼자서는 12일간에, 2작업반 혼자서는 15일간, 3작업반 혼자서는 20일간 할수 있다. 그런데 2일간은 1, 2작업반이 함께 일하고 다음부터는 세 작업반이 함께 일하여 작업량을 다 수행하였다. 며칠간에 다 수행하였는가?

9. 뜨락또르로 논을 가는데 첫날에는 전체 논의 $\frac{3}{20}$을 갈고 둘째 날에는 첫날에 간것의 $1\frac{1}{4}$을 갈았다. 둘째 날에 15정보를 갈았다면 논전체의 면적은

얼마인가?

10. 첫째 수도관 하나만으로는 30분동안에 물을 채울수 있고 둘째 수도관으로는 20분간에 물을 채울수 있는 물탕크가 있다. 두 수도관을 함께 열어 이 물탕크전체의 $\frac{3}{4}$만큼 물을 채우자면 몇분 걸리겠는가?

11. 다음것을 계산하여라.

1) $2\div\frac{3}{5}+\frac{3}{5}\div2+1\frac{1}{2}\div6+6\div\left(-1\frac{1}{2}\right)$

2) $\left(5\frac{1}{3}-13\frac{1}{2}\div2\frac{1}{4}+16\frac{1}{7}\times0+9\frac{1}{4}\right)\div\left(-2\frac{3}{4}\right)$

12. □안에 알맞는 수를 써넣어라.

1) $5\frac{1}{3}-\square=\left[2\frac{1}{4}-\left(7-5\frac{1}{6}\right)\right]\div\frac{5}{6}$

2) $\left[\left(1-2\frac{3}{4}\right)\div1\frac{3}{5}\right]\times\square=1\frac{5}{12}-\frac{2}{3}\times\frac{5}{16}$

13. 한 집에서 받은 닭알을 달아보았더니 $53\frac{1}{2}$g인것이 12알, 54g인것이 80알, $54\frac{1}{2}$g인것이 48알, $55\frac{1}{2}$g인것이 5알이였다. 닭알 한알을 평균 몇g으로 볼수 있는가?

14. 한 학생이 혁명소설을 첫날에는 그 책의 $\frac{4}{13}$를 읽고 둘째 날에는 $\frac{10}{39}$을 읽고 셋째 날에는 $\frac{2}{13}$를 읽고 넷째 날에는 남은 33페지를 다 읽었다. 몇페지짜리 책인가?

15. 시계가 정각 4시를 가리킨 후 몇분 지나서 분바늘이 시바늘을 따라잡겠는가?

제4절. 분수와 소수

1. 분수를 소수로 고치기

해보기 다음 분수를 소수로 고치려면 어떻게 해야 하는가?

$$\frac{3}{4},\ \frac{17}{5},\ -\frac{4}{5},\ \frac{1}{3},\ \frac{13}{12}$$

분수를 소수로 고치자면 부호는 그대로 달고 분자를 분모로 나눈 상을 써주면 된다.

0.75, 3.4와 같이 소수부가 어느 자리에서 끝나는 소수를 **유한소수**, 0.333 …, 1.083 3… 과 같이 소수부가 끝없이 계속되는 소수를 **무한소수**라고 부른다.

례 1 다음 분수를 소수로 고치고 유한소수와 무한소수를 갈라내여라.

$$1\frac{3}{5},\quad -\frac{9}{16},\quad \frac{2}{9},\quad -\frac{7}{18}$$

(풀이) $1\frac{3}{5}=\frac{8}{5}=1.6$ (유한소수)

$-\frac{9}{16}=-0.5625$ (유한소수)

$\frac{2}{9}=0.222\cdots$ (무한소수)

$-\frac{7}{18}=-0.3888\cdots$ (무한소수)

해보기 다음 분수를 소수로 고쳐보아라. 무엇을 알수 있는가?

$$\frac{3}{10},\quad \frac{27}{100},\quad \frac{59}{10^3},\quad \frac{31}{10^4}$$

분모가 10, 100(10^2), 1 000(10^3), …과 같이 10의 제곱으로 된 분수는 나누기를 하지 않고도 쉽게 유한소수로 고칠수 있다.

례 2 1) $\frac{69}{1000}=0.069$ $\left(\frac{69}{1000}=\frac{69}{10^3}=0.069\right)$

3개

2) $\frac{173}{10000}=0.0173$

4개

3) $\frac{3}{20}=\frac{3\times5}{20\times5}=\frac{15}{100}=0.15$

문 제

1. 다음 분수들을 소수로 고쳐라.

1) $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{4}$ 2) $\frac{7}{25}$, $2\frac{3}{50}$, $\frac{3}{16}$

3) $\frac{1}{8}$, $-\frac{5}{6}$, $\frac{3}{80}$ 4) $1\frac{5}{8}$, $3\frac{79}{500}$, $\frac{76}{100}$

2. 다음 분수들을 소수로 고치고 유한소수와 무한소수를 갈라놓아라.

$$\frac{7}{16},\ \frac{52}{12},\ 2\frac{5}{6},\ \frac{9}{4},\ -\frac{5}{18},\ \frac{18}{25}$$

3. 다음 분수들을 분모가 10의 제곱으로 되게 고쳐라. 그다음에 소수로 고쳐라.

1) $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{10000}$

2) $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{7}{4}$, $2\frac{9}{20}$, $1\frac{3}{25}$

4. 다음것을 계산하여라.

1) $0.125+1\frac{1}{4}$ 2) $\left(17.75+1\frac{7}{25}\right)\times\left(-\frac{1}{2}\right)$

5. 소수로 고쳐라.

$$\frac{26}{1000},\ \frac{2}{10^6},\ \frac{2^7\times19}{20^7},\ \frac{9\times12}{30^2}$$

6. 분자를 분모로 나누는 방법과 분모를 10의 제곱으로 되게 하는 방법으로 분수를 소수로 고쳐라.

1) $\frac{18}{36}$, $\frac{21}{28}$, $\frac{30}{75}$, $2\frac{3}{48}$, $-12\frac{177}{1500}$

2) $\frac{8}{5}$, $-\frac{25}{16}$, $\frac{47}{22}$, $\frac{312}{125}$, $3\frac{27}{2500}$

해보기 다음 분수의 분모를 씨인수분해하여 보아라. 그리고 소수로 고쳐라. 분모의 씨수가 2나 5만으로 된 분수와 2와 5가 아닌 씨수가 있는 분수들은 어떤 소수로 고쳐지는가를 알아보아라.

$$\frac{1}{4},\ 1\frac{8}{25},\ \frac{3}{20},\ \frac{5}{6},\ \frac{13}{12}$$

분모의 씨인수가 2나 5만으로 된 분수는 분모를 10의 제곱인 분수로 고칠수 있으므로 그런 분수는 유한소수로 고쳐진다.

다 약분된 분수의 분모에 2나 5가 아닌 씨수가 있으면 그 분수는 무한소수로 고쳐진다.

례 3 1) $\frac{4}{25}=\frac{4}{5\cdot5}=\frac{4\cdot4}{5\cdot5\cdot4}=\frac{4\cdot2\cdot2}{5\cdot5\cdot2\cdot2}=\frac{16}{100}=0.16$

2) $3\frac{11}{20}=3\frac{11}{2\cdot2\cdot5}=3\frac{11\cdot5}{2\cdot2\cdot5\cdot5}=3\frac{55}{10^2}=3.55$

3) $\frac{4}{33}=0.121212\cdots$ 4) $-\frac{1}{6}=-0.16666\cdots$

무한소수가운데서 0.121 2…, −0.166 6… 등과 같이 소수점아래에서 어떤 수자렬이 끝없이 되풀이되는 소수를 **순환무한소수**라고 부른다.

이때 되풀이되는 수자렬을 **순환절**이라고 부르고 괄호안에 넣어서 표시한다.

$$\frac{4}{33}=0.1212\cdots=0.(12),\quad -\frac{1}{6}=-0.1666\cdots=-0.1(6)$$

0.(12)와 같이 소수부가 순환절로만 되여있는 순환무한소수를 **순순환무한소수**, 소수부의 앞부분에 순환하지 않는 수자가 섞인 순환무한소수를 **혼순환무한소수**라고 부른다.

례 4 0.(3), 0.(23), −1.(35) … … … 순순환무한소수

0.3(12), −1.32(65) … … … 혼순환무한소수

모든 분수는 다 소수로 고칠수 있다.

분수를 소수로 고치면 유한소수 또는 순환무한소수(순순환무한소수, 혼순환무한소수)로 된다.

소수에는 소수부에서 어떤 수자렬이 순환하지 않는 무한소수도 있다. 이런 무한소수를 **비순환무한소수**라고 부른다.

례 5 1.414 213 562 …, 3.141 592 6…

문 제

1. 다음 수들가운데서 씨인수분해하였을 때 2나 5밖의 다른 수가 들어있지 않는 수들을 찾아라.

   14, 10, 4, 20, 75, 225, 625, 512

2. 다음 분수들을 유한소수로 고칠수 있는것과 순환무한소수로 고칠수 있는것으로 갈라놓아라.

   $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{8}{14}$, $\frac{9}{36}$, $\frac{24}{36}$, $\frac{3}{16}$, $\frac{8}{24}$, $\frac{9}{120}$, $\frac{60}{320}$, $\frac{120}{80}$

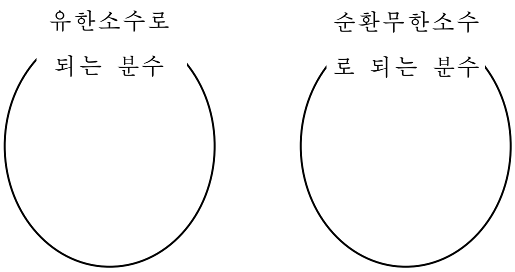


그림 4－14

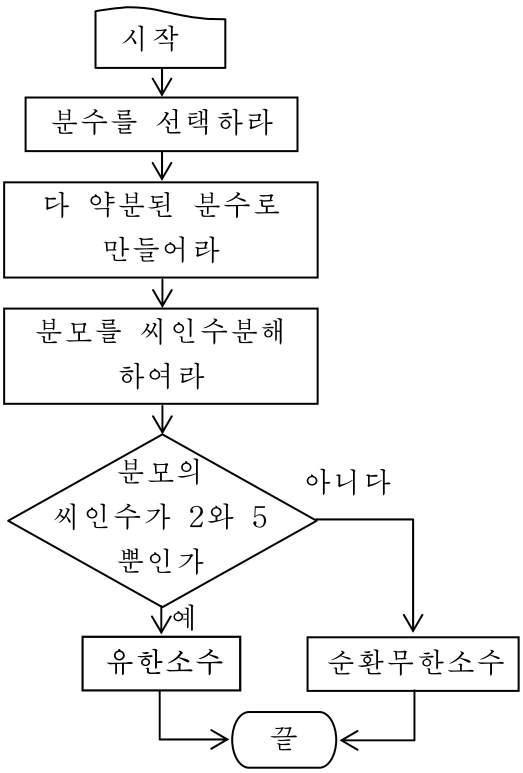


그림 4－13

3. 다음 소수를 유한소수, 순순환무한소수, 혼순환무한소수, 비순환무한소수로 갈라놓아라.

   0.75, 1.7(3), －7(3), 1.171 181 119 3 …, －15.745, －16.(7), 4.16(3)

4. 다음 분수를 소수로 고치고 무한소수는 순환절을 말하여라.

$$\frac{1}{9},\ \frac{1}{3},\ -1\frac{1}{6},\ \frac{70}{999}$$

5. 분수를 소수로 고쳐서 두 수의 크기를 비교하여라.

   1) 0.4와 $\frac{3}{8}$　　2) 0.012 5와 $\frac{1}{41}$　　3) $-3\frac{3}{5}$과 －3.45

6. 다음 분수들을 소수로 고치되 반올림하여 소수점아래 두 자리만 남겨라.

$$\frac{20}{17},\quad \frac{26}{23},\quad \frac{37}{55},\quad \frac{315}{111}$$

2. 소수를 분수로 고치기

알아보기 다음것이 옳은가?

$$0.1=1\div 10=\frac{1}{10},\quad 0.01=1\div 100=\frac{1}{100}$$

$$0.36=(1\div 100)\times 36=\frac{1}{100}\times 36=\frac{36}{100},\quad 4.36=4\frac{36}{100}$$

유한소수를 분수로 고치기

유한소수는 다 분수로 고칠수 있다.

$$2.35=2\frac{35}{100}=2\frac{7}{20},\quad 0.0072=\frac{72}{10000}=\frac{9}{1250}$$

2개의 0　　　4개의 0

례 1 1) $18.55=18\frac{55}{100}=18\frac{11}{20}$　　2) $-0.0702=-\frac{702}{10000}=-\frac{351}{5000}$

문 제

1. 소수를 분수로 고쳐라.

$$0.25,\ 0.04,\ 0.012,\ 1.2,\ -3.62$$

2. 소수는 분수로, 분수는 소수로 고쳐라.
   1) 0.075, 29.805, 1.003, 0.78
   2) $\frac{33}{80},\ \frac{7}{75},\ 2\frac{27}{50}$

3. 소수를 분수로 고쳐서 크기를 비교하여라.
   1) 0.6과 $\frac{4}{5}$　　2) 0.95와 $\frac{4}{5}$　　3) $-\frac{7}{10}$과 -0.25

4) 0.55와 $\frac{11}{4}$　　5) 0.99와 $\frac{136}{137}$　　6) $-\frac{3}{11}$과 -0.255

4. 다음 수들의 크기를 비교하여라.

1) 0.012 5와 $\frac{1}{40}$　　2) 3.45와 $3\frac{3}{5}$

3) -4.07과 $-4\frac{7}{100}$　　4) $2\frac{54}{70}$와 2.625

알아보기　1. $x=a$일 때 $10x=10a$, $10x-x=10a-a$가 옳은가?
2. x의 값이 0.(3)일 때 $10x-x$는 어떤 수이겠는가?

순순환무한소수 0.121 212 …를 분수로 고쳐보자.

$x=0.(12)$

$100x=12.(12)$

$100x-x=12.(12)-0.(12)=12$

$99x=12$

$x=\frac{12}{99}$

$0.(12)=\frac{12}{99}$

해보기　다음 순순환무한소수들을 분수로 고쳐보고 물음에 대답하여라.

$-0.(7)$,　　$2.(32)$

1) 얻은 분수의 분자와 순환절을 비교해보아라.
2) 얻은 분수의 분모에 들어있는 9자의 개수와 순환절에 들어있는 수자의 개수를 비교해보아라.

순순환무한소수를 분수로 고치기

순순환무한소수를 분수로 고치자면 부호는 그대로 두고 분모에는 순환절에 든 수자의 개수만큼 수자 9를 써주고 분자에는 순환절의 수를 그대로 써주면 된다.

례 2 $0.(7)=\frac{7}{9}$, $15.(302)=15\frac{302}{999}$

9의 개수 1　　9의 개수 3

문 제

1. 다음 소수를 분수로 고쳐라.

1) 0.(3)　2) −2.(26)　3) 0.(137)　4) 15.(302)

5) −0.(7)　6) 1.(32)　7) −3.(415)　8) 7.(37)

2. 다음것을 계산하여라.

1) $-0.(12)\times\frac{2}{3}$　2) $3\frac{1}{4}\times0.(6)$

3. 다음 두 수의 크기를 비교하여라.

1) 3.(7)과 $3\frac{5}{18}$　2) $-3\frac{13}{21}$과 −0.(6)

3) −9.(18)과 $-9\frac{3}{44}$　4) $7\frac{5}{33}$과 7.(12)

탐구

혼순환무한소수 0.3(21)을 분수로 고쳐보아라.

해보기 다음 혼순환무한소수를 분수로 고치고 물음에 대답하여라.

0.23(7),　−0.236(3),　0.6(253)

1) 얻은 분수의 분자와 첫 순환절까지의 소수부, 순환하지 않는 소수부를 비교하여보아라. 무엇을 알수 있는가?

2) 얻은 분수의 분모와 순환절에 들어있는 수자의 개수, 순환하지 않는 소수부의 수자의 개수를 비교하여보아라. 무엇을 알수 있는가?

혼순환무한소수를 분수로 고치기

혼순환무한소수를 분수로 고치자면 부호는 그대로 두고 분모에는 순환절에 든 수자의 개수만큼 수자 9를 써주고 순환하지 않는 소수부의 개수만큼 0을 붙여준다. 그리고 분자에는 순환절까지의 소수부에서 순환하지 않는 소수부를 던 차를 써주면 된다.

례 3

1) $-0.2(32) = -\frac{232-2}{990} = -\frac{230}{990}$

9의 개수 2, 0의 개수 1

2) $0.23(5) = \frac{235-23}{900} = \frac{212}{900}$

9의 개수 1, 0의 개수 2

비순환무한소수는 분수로 표시되지 않는다.

- 소수
  - 유한소수
  - 무한소수
    - 순환무한소수
      - 순순환무한소수
      - 혼순환무한소수
    - 비순환무한소수

문 제

1. 다음 소수를 분수로 고쳐라.

   1) 0.2(6) 2) −0.15(2) 3) 0.72(326)

   4) 1.2(3) 5) −7.31(2) 6) 32.8(6)

2. 다음 수들을 커지는 차례로 써라.

   $$0.2(3),\ \frac{13}{12},\ 0.236,\ \frac{4}{15},\ \frac{4}{13},\ 0.2(32)$$

3. 다음 두 수의 크기를 비교하여라.

   1) 0.2(12)와 $\frac{309}{484}$ 2) −0.31(6)과 $-\frac{39}{120}$

   3) 1.3(15)와 $1\frac{33}{110}$ 4) −2.23(3)과 $-2\frac{8}{30}$

4. 다음것을 계산하여라.

   1) −0.(3)+1.1(2) 2) −0.(72)−0.3(1)

3) $-1.(9)\times 3.0(2)$　　　　4) $2.1(3)\div 0.(23)$

알아보기　다음 수들가운데서 분수로 표시할수 있는것들은 어느것인가?

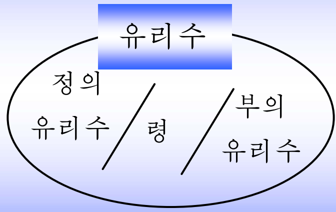
$6,\ -3.5,\ 0.75,\ -1.2(3),\ 3.(6),\ 3.141\,59\cdots$

유리수

분수로 표시할수 있는 수를 **유리수**라고 부른다.

유리수전체의 모임을 Q로 표시한다.

유리수가운데서 정수를 **정의 유리수**, 부수를 **부의 유리수**라고 부른다.



문 제

1. 다음 수들가운데서 유리수를 말하여라.

$\frac{5}{12},\ 0,\ -0.25,\ 1.2,\ -\frac{3}{32},\ 123,\ -7.2,\ 2.731\ 986\cdots,\ -42.1(2),$
$7.(23)$

2. 빈칸에 알맞는 수들을 써넣어라.

$3,\ 5,\ 6,\ -7,\ -9,\ -\frac{1}{2},\ 0.15,\ 1.1(6),\ 2.241\ 768\ \cdots,\ \frac{4}{2},\ -123,$

$101,\ \frac{1}{10},\ 2^4,\ \left(\frac{1}{9}\right)^2,\ (1.15)^2,\ (-1.3)^4,\ -3^2,\ \left(-\frac{1}{7}\right)^3,\ 0,\ \frac{1}{\frac{1}{7}}$

자연수	옹 근 수		유 리 수		유리수가 아닌 수
	정의 옹근수	부의 옹근수	정의 유리수	부의 유리수	

3. 자연수는 옹근수이다. 옹근수는 유리수이다. 자연수도 유리수이다. 옳은가?

3. 지수형식

해보기 □안에 어떤 수를 써넣을수 있는가?

1) 지구의 질량

$5\ 970\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000 = 597 \times 10^{\square}$ (kg)

2) 철원자의 질량

$0.000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 092\ 8 = 928 \times \frac{1}{10^{\square}}$ (g)

10의 제곱을 써서 수를 표시한것을 그 **수의 지수형식**이라고 부른다.

$\underline{308} \times 10^{m}$

결수

례 1) 36000초$=36 \times 10^{3}$초

2) $-0.0000005 = -5 \times \frac{1}{10^{7}}$

문 제

1. 소수에 10, 10^2, 10^3을 각각 곱하면 소수점이 어느쪽으로 몇자리 옮겨지는가?

2. 다음 수를 지수형식으로 표시하여라.

   1) 9 000　　2) −380 000　　3) −5 100 000

   4) 0.000 01　　5) −0.000 07　　6) 0.16

3. 다음것을 제곱을 쓰지 말고 표시하여라.

   1) 빛의 속도 3×10^{5}(km/s)　　2) 수소원자의 직경 $\frac{1}{10^{10}}$(cm)

4. 다음 수를 지수형식으로 써라. 결수는 그 절대값이 1−9사이에 있는 수로 되게 하여라.

   1) 190 000　　2) −189 000　　3) −17 000　　4) −0.000 35

5. 다음 수를 지수형식으로 쓰되 결수가 −10과 −1사이에 있도록 하여라.

   1) −5 000　　2) −0.125　　3) −0.000 293

4. 분수와 소수가 섞인 식의 계산

해보기 다음 식에 들어있는 분수를 다 소수로 고쳐 계산하여라.

또 분수로 고쳐 계산하여라. 어느 방법이 더 편리한가?

1) $\left(\frac{3}{4}\times 0.25\right)\times\left(1\frac{1}{5}-0.76\right)$ 2) $\frac{3}{4}\times 0.25\div(-1.8)$

3) $\dfrac{\left(1\frac{2}{3}-0.75\right)\times\frac{4}{11}}{45.5-44\frac{1}{3}\div 0.2}$ 4) $\dfrac{\frac{3}{4}\times 2.5\times 1.8}{0.75\times 4.5\times\frac{5}{8}}$

분수와 소수가 섞여있는 식에서는 분수를 소수로 고치든가 소수를 분수로 고쳐서 계산한다.

더하기와 덜기에서는 대체로 분수를 소수로 고쳐서 계산하는것이 좋고 곱하기와 나누기에서는 소수를 분수로 고쳐서 계산하는것이 좋다.

순환무한소수가 들어있는 식에서는 소수를 분수로 고쳐 계산하는것이 좋다.

례 1 1) $1.65-1\frac{4}{5}=1.65-1.8=-0.15$

2) $1.5\times 1\frac{2}{3}\times 2.4=1\frac{1}{2}\times 1\frac{2}{3}\times 2\frac{2}{5}=\frac{3}{2}\times\frac{5}{3}\times\frac{12}{5}=6$

3) $0.(3)\times 2\frac{1}{4}=\frac{3}{9}\times\frac{9}{4}=\frac{3}{4}$

례 2 $\frac{1}{4}+2\frac{2}{3}$를 전자수산기로 구하여라.

(풀이) 1 [ab/c] 4 [+] 2 [ab/c] 2 [ab/c] 3 [=] $2\frac{11}{12}$

답. $2\frac{11}{12}$

문 제

1. 다음것을 계산하여라.

1) $\frac{1}{2}+1.5-\frac{2}{5}$ 2) $2.4-\frac{1}{3}-\frac{3}{5}$ 3) $\frac{8}{9}+\frac{5}{6}-1.25$

4) $-1\frac{1}{5}+2.93$　　5) $-9\frac{7}{15}-1.5$　　6) $\left(-1\frac{1}{3}\right)\times 0.3$

7) $0.3+1\frac{1}{2}+2\frac{3}{5}$　　8) $2\frac{1}{3}\times(-0.3)$　　9) $7\frac{1}{2}\times 0.(3)$

2. 분수와 소수가 섞인 계산문제를 풀 때 도중 계산들은 계산에 편리하게 분수 또는 소수로 고쳐서 한다. 다음것을 계산하여라.

1) $-0.3+1\frac{1}{2}+2\frac{3}{5}$　　2) $4.125-\left(2.5+3\frac{9}{20}\right)$

3) $-1\frac{1}{3}-\left(0.7-2\frac{5}{6}\right)$　　4) $3.75+\left(-2\frac{4}{25}-0.6\right)$

3. 두 학급이 등산을 하는데 1반은 1시간에 $3\frac{1}{2}$ km씩, 2반은 한시간에 3.75km씩 걸어서 2반이 고지우에 16분 먼저 도착하였다. 고지까지 거리를 구하여라.

4. 다음것을 계산하여라.

1) $-1\frac{2}{7}\times 0.5$　　2) $-0.1(2)\times 3\frac{1}{5}$　　3) $-2.(12)\div\frac{2}{3}$

4) $-0.(12)\times\frac{4}{9}$　　5) $-1.3(5)\div 1\frac{1}{7}$　　6) $3\frac{1}{4}\times 0.(6)$

5. 다음것을 계산하여라.

1) $\left(2\frac{7}{12}+12\frac{19}{42}\right)\times 3-64.5\div 6+4\frac{2}{7}\times 2.1+1.3\times 4\frac{1}{6}$

2) $(0.278\div 13.9)+(0.47-2)\div 102.3+3.4\times 1\frac{4}{17}$

련습문제

1. 다음 분수를 소수로 고쳐라.

$$\frac{1}{32},\ \frac{1}{125},\ 5\frac{3}{40},\ 3\frac{7}{20}$$

2. 다음 소수를 분수로 고쳐라.

0.25, 1.315, 23.23, 0.125, 1.000 15

3. 다음 분수가운데서 유한소수로 고쳐지는것과 무한소수로 고쳐지는것을 갈라놓아라. 그리고 이 분수들을 소수로 고쳐라.

$$3\frac{1}{40},\ \frac{31}{150},\ -2\frac{7}{120},\ \frac{321}{480}$$

4. 다음 소수를 분수로 고쳐라.

$0.(2)$, $0.(23)$, $0.(329)$, $3.1(12)$, $-1.7(23)$, $6.(2546)$

5. 다음것을 계산하여라.

1) $-0.(3)+1.1(2)$ 2) $-1.(9)\times 3.0(2)$

3) $-0.(72)-0.3(1)$ 4) $2.1(3)\div 0.(23)$

6. 다음것을 계산하여라.

1) $1.75+2\frac{1}{4}$ 2) $1\frac{5}{8}-0.25$ 3) $3\frac{5}{7}+3.15+1\frac{1}{7}+4.25$

7. 다음 수들의 크기를 비교하여라.

1) $\frac{7}{11}$, $0.636\,29$ 2) $\frac{11}{23}$, $\frac{38}{125}$

3) $\frac{22}{7}$, $3.141\,592$ 4) $\left|-1.76+1\frac{3}{5}\right|$과 $\left|-1.76\right|+\left|1\frac{3}{5}\right|$

8. 분수 $\frac{21}{32}$, $\frac{32}{43}$, $\frac{43}{54}$의 크기를 비교하여라.

9. 다음것을 계산하여라.

1) $\left(3\frac{7}{18}-2\frac{25}{36}+\frac{7}{48}\right)\times\left(-6\frac{6}{11}\right)+1.5\times 20.15\div\left(-2\frac{1}{2}\right)-10.09$

2) $24.57\div 3.5+\left(3.35-2\frac{13}{15}+\frac{5}{8}\right)\times\left(22.5\div 12.5-3\frac{1}{10}\times 2\right)$

10. 태양은 그 직경이 1.392×10^6km로서 지구보다는 109.1배, 달보다는 400배나 크다. 지구와 달의 직경은 약 얼마이겠는가?

11. 지구와 태양사이의 거리는 1년을 주기로 날마다 약간씩 달라진다. 매해 1월 2일－5일사이에는 지구와 태양사이 거리가 147 000 000km로서 제일 짧아지고 7월 3일－일사이에는 152 000 000km로서 제일 길어진다. 지구와 태양사이 거리를 지수형식으로 써라.

12. 바줄을 가지고 우물의 깊이를 재려고 한다. 바줄을 3등분하여 3겹으로 꺾어쥐고 우물의 깊이를 재여보니 3m가 남고 바줄을 5등분하여 5겹으로 꺾어쥐고 재여보니 우물의 깊이와 꼭같았다. 우물의 깊이와 바줄의 길이를 구하여라.

13. 분모가 12인 다 약분된 분수를 소수로 고칠 때 순환소수가 나온다. 순환절의 수자의 개수는 기껏해서 11개를 넘지 못한다는것을 밝혀라.

14. 크기가 서로 다른 2개의 통 A, B가 있다. 물이 A에는 그 통의 $\frac{1}{5}$, B에는

그 통의 $\frac{1}{10}$ 만큼 들어있다. A의 물을 B에 넣으면 B의 $\frac{3}{20}$ 만큼 물이 찬다. 또 B의 물을 A에 넣고 720L만큼 물을 더 넣으면 통 A에 물이 다 찬다. 통 A, B에는 물이 각각 얼마씩 들어있겠는가?

제5절. 퍼센트

1. 퍼센트의 의미

해보기 2m의 $\frac{1}{100}$ 은 얼마인가? $\frac{2}{100}$ 는? $\frac{3}{100}$ 은?

퍼센트

어떤 량의 $\frac{1}{100}$ 을 그 량의 **1퍼센트**라고 부르고 1％로 표시한다.

$1\% = \frac{1}{100}$

$2\% = \frac{2}{100}$

…

$100\% = \frac{100}{100} = 1$ (전체)

$n\% = \frac{n}{100}$

%

퍼센트

례 1 1) $20\% = \frac{20}{100} = \frac{1}{5} = 0.2$ 2) $35\% = \frac{35}{100} = \frac{7}{25} = 0.35$

3) $120\% = \frac{120}{100} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5} = 1.2$

례 2 1) $\frac{39}{100} = 39\%$ 2) $\frac{3}{4} = \frac{3\times25}{4\times25} = \frac{75}{100} = 75\%$

3) $1\frac{7}{20} = 1\frac{35}{100} = \frac{135}{100} = 135\%$ 4) $0.43 = \frac{43}{100} = 43\%$

알아보기 한 통에 들어있는 우유의 1％는 0.5L이다. 이 통의 우유는 모두 몇L인가? 이 통의 우유전체를 몇％로 보아야 하는가?

량의 크기를 비교할 때 보통 전체(1)를 100％로 보고 다음과 같이

수값들을 %수로 고칠수 있다.

례 3 1) $\frac{3}{4}=\frac{3}{4}\times100\%=\frac{3\times100}{4}\%=75\%$

2) $2\frac{5}{12}=2+\frac{5}{12}=2\times100\%+\frac{5}{12}\times100\%=200\%+\frac{125}{3}\%=241\frac{2}{3}\%$

례 4 1) $0.07=0.07\times100\%=7\%$

2) $3.041=3.041\times100\%=304.1\%$

례 5 29는 316의 몇%인가를 전자수산기로 구하여라.

(풀이) 29 [÷] 316 [2ndF] [%] [=] 9.177

답. 9.177%

문 제

1. 그림에서 빗선을 친 부분을 분수로 표시하여라. 또 %로 표시하여라.

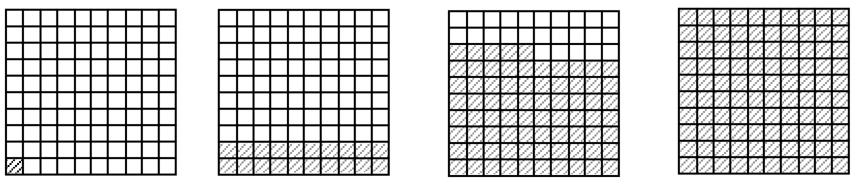


그림 4-15

2. 그림 4-16에서 빗선을 친 부분을 분수로 표시하여라. 몇%인가?

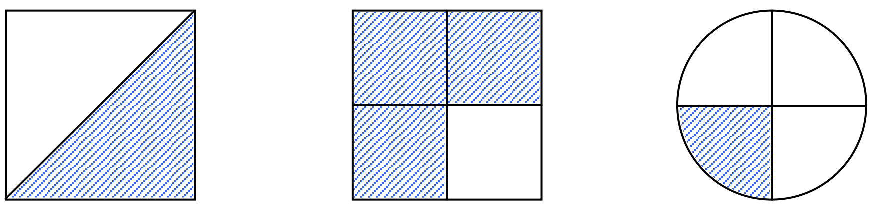


그림 4-16

3. 다음것을 분수와 소수로 고쳐라.

2%, 23%, 70%, 125%, 0.05%, 283%

4. 다음 수를 %로 표시하여라.

$\frac{4}{100}$, $1\frac{7}{100}$, 0.07, 2.75, $\frac{2}{5}$, $1\frac{3}{4}$, 2, 2.106

5. 빈칸을 채워라.

소수	0.7			1.25			$17\frac{1}{2}$
분수		$\frac{27}{50}$			$1\frac{3}{4}$		
%수			4.5%			1.05%	

상식

퍼센트와 그 기호의 유래

《퍼센트》라는 말은 라틴어 《Procetum》에서 나온것인데 그 본래의 뜻은 백에 대하여 몇인가 하는것이다.

례를 들어 《7퍼센트》라는것은 전체를 100으로 볼 때 7 즉 전체의 $\frac{7}{100}$임을 의미한다. 이로부터 퍼센트를 《백분률》이라고도 부른다.

퍼센트기호 《%》는 수 100의 모양을

100 → 0 | 0 → %

와 같이 변경시켜 만든것으로 알려지고있다.

2. 한 수의 몇%를 구하기

해보기 다음의 □에 알맞는 수는 어떤것인가?

1) 1m의 1%=□m=□cm, 1kg의 1%=□kg=□g
57m의 1%=□m, 34t의 1%=□kg

2) 석탄 130t을 받았는데 그것의 20%를 절약하였다. 몇t 절약하였는가? 그림 4−17을 보고 □에 알맞는것을 써넣어라.

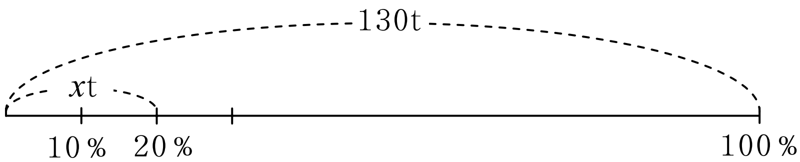


그림 4−17

$$
\begin{aligned}
&100\% \cdots \cdots \cdots 130\text{t} \\
&1\% \cdots \cdots \cdots \square \quad (\div 100) \\
&20\% \cdots \cdots \cdots x\text{t} \quad (\times 20)
\end{aligned}
$$

$$x=\square\times20=\frac{130}{100}\times20=26(\text{t})$$

전체: $100\% \cdots \cdots a$

부분: $p\% \cdots \cdots \cdots x$

$$x=\frac{a}{100}\times p\ \left(\text{또는 } x=a\times\frac{p}{100}\right)$$

례 1 소금이 15% 들어있는 소금물 500g에는 소금이 얼마나 들어있겠는가?

(풀이) 100%가 500g이므로

$$500\text{의 } 15\%=\frac{500}{100}\times15=75$$

$$\left(\text{또는 } 500\text{의 } 15\%=500\times\frac{15}{100}=75\right)$$ 답. 75g

례 2 동이 20% 들어있는 합금 300kg에는 동이 얼마나 들어있겠는가?

(풀이) $300\text{의 } 20\%=300\times\frac{20}{100}=60$ 답. 60kg

문 제

1. 50m의 4%, 10%, 60%, 120%, 0.1%를 구하여라.
2. 다음것을 구하여라.

1) 75의 4%　　2) 12.5kg의 32%　　3) 3m 30cm의 $18\frac{1}{3}$%

4) 360의 $\frac{1}{3}$%　　5) 820원의 160%　　6) 12L의 12.5%

7) $5\frac{4}{3}$의 12%　　8) $3\frac{11}{12}$의 145%

3. 논과 밭이 모두 40정보인데 그것의 15%가 밭이다. 논과 밭은 각각

몇정보인가?

4. 한 제강소 로동자아저씨들이 하루에 5 000t의 강철을 생산할 계획이였는데 기술혁신을 하여 계획의 175%를 생산하였다. 생산한 강철의 35%로 철판을 뽑았다. 철판을 뽑은 강철은 몇t인가?
5. 120원 하던 어떤 물건값이 8.5% 내려갔다. 그 물건값이 얼마로 되였는가?
6. 지구의 겉면적의 29%는 륙지이고 나머지는 물면이다. 북반구에는 륙지가 39%이고 남반구에는 륙지가 19%이다. 지구의 겉면적이 약 5억 1천만km^2이면 지구의 륙지와 물면의 면적, 북반구와 남반구의 륙지와 물면의 면적을 각각 구하여라.
7. 소금이 15% 들어있는 소금물 300kg에는 소금과 물이 각각 몇kg씩 들어있는가?
8. 한 모임에 참가한 학생이 220명인데 그의 55%는 남학생이다. 남학생과 녀학생은 각각 몇명인가?
9. 동이 64.8%, 석이 32.8%, 연이 2.4%인 합금이 있다. 이런 합금 750kg에는 동, 석, 연이 각각 몇kg씩 들어있겠는가?

3. 어떤 수(부분)와 그 수의 %수를 알고 전체를 구하기

알아보기 한 협동농장 과수원의 60%가 사과나무밭인데 그 면적이 24정보이다. 이 과수원의 면적은 얼마인가? 그림을 보고 □에 알맞는 수를 써넣어라.

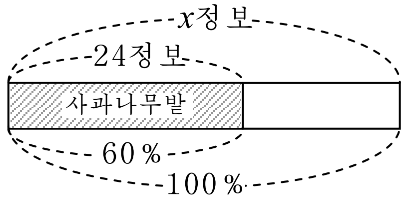


그림 4－18

60% … … … 24정보 ⎤ ÷60

1% … … … □정보 ⎤ ×100

100%(전체) … x정보

x=□×100=□정보

전체: 100%⋯ ⋯ x
부분: p%⋯ ⋯ ⋯ b

$x \cdot \frac{p}{100} = b$이므로 $x = \frac{b}{p} \times 100$

례 한 학교에서 기르는 토끼의 36%가 흰토끼인데 270마리이다. 이 학교에서 기르는 토끼는 모두 몇마리인가?

(풀이) 36%가 270마리이므로 전체 토끼수는

$\frac{270}{36} \times 100 = 750$ 답. 750마리

문 제

1. 다음 표의 빈칸에 알맞는 값을 써넣어라.

부분량	5m	8kg	52g	7.5t	18cm	$1\frac{1}{5}$cm
부분의 %	10%	64%	13%	13%	90%	40%
전체량						

2. 다음것을 구하여라.
   1) 8%가 24인 수
   2) 140%가 182인 수
   3) 30%가 $12\frac{3}{4}$인 수
   4) 52%가 1km 40m인 거리
   5) $\frac{3}{4}$%가 1.5m^2인 면적
   6) 12.5%가 40kg인 질량
3. 어떤 물건값이 8% 내려가 340원으로 되였다. 본래의 값은 얼마인가?
4. 한 작업반에서 어떤 기계를 500대 만들어 계획을 125%로 수행하였다. 처음 계획은 얼마인가?
5. 소금 200g으로 소금이 5% 들어있는 소금물을 만들려고 한다. 물을 얼마나 넣어야 하겠는가?
6. 벼를 찧을 때 흰쌀이 78% 얻어진다. 벼 얼마를 찧어야 200kg의 흰쌀을 얻을수 있는가?
7. 감자에서 농마가 20% 얻어진다. 농마 125kg을 얻자면 감자가 얼마 있어야 하는가?

4. 한 수가 다른 수의 몇 %인가를 구하기

알아보기 한 학급학생 30명가운데서 12명이 최우등생이다. 이 학급의 최우등생은 몇 %인가?

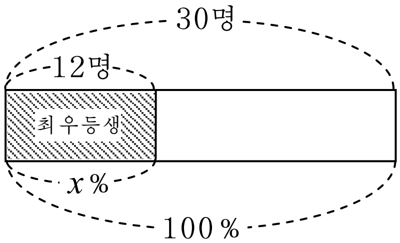


그림 4-19

30명 … … … 100 % ⎤ ÷30

1명 … … … □ % ⎦⎤ ×12

12명 … … … x % ⎦

$$x=\square\times12=\frac{100}{30}\times12=\frac{12}{30}\times100=40(\%)$$

(1명의 %)

전체: a… … 100 %

부분: b… … … x %

$$x=\frac{b}{a}\times100(\%)$$

례 소금물 200g속에 소금이 52g 들어있다. 이 소금물에 소금이 몇 % 들어있는가?

(풀이) 전체 용액 200g, 용질(소금) 52g

$$\frac{52}{200}\times100=26\%$$ 답. 26 %

문 제

1. 뒤의것은 앞의것의 몇 %인가?

   1) 42kg, 63kg 2) 35m, 77m

3) 260개, 455개　　　　　　4) 140개, 35개

2. 한 옷공장에서 한주일동안에 인민군대아저씨들에게 보낼 군복을 1 700벌 만들 계획이였는데 2 720벌을 만들었다. 계획을 몇% 수행하였는가?
3. 한 과수원의 면적이 1.5정보인데 그가운데서 0.6정보가 사과나무밭이고 나머지는 복숭아밭이다. 사과나무밭과 복숭아밭은 각각 몇%인가?
4. 어떤 블로크를 만드는데 세멘트 1kg에 모래 2kg, 자갈 6kg씩 섞는다. 이 블로크를 만드는데 드는 세멘트와 모래, 자갈은 각각 몇%인가?
5. 한 마을의 인구가 480명인데 그가운데서 소학교 학생이 48명, 중학교 학생이 60명, 1중학교 학생이 24명, 대학과 전문학교 학생이 24명이다. 소학교, 중학교, 1중학교 학생과 대학, 전문학교 학생은 각각 이 마을 인구의 몇%인가?
6. 두 자연수의 합은 15이다. 그 두 자연수의 적은 그 두 자연수의 합의 240%이다. 그 두 자연수를 구하여라.

5. 원도표

알아보기 원에서 한바퀴각은 360°이다. 그림 4−20에서 빗선을 친 각은 한바퀴각의 몇%인가? 빗선을 치지 않은 각은?

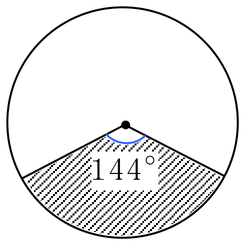


그림 4−20

례 1 한 학교에서 《소년단림》에 많은 나무를 심었다. 그가운데서 잣나무는 45%, 아카시아나무는 30%이고 나머지는 이깔나무이다. 이것을 원에 그려라.

그리기

(1) 《소년단림》에 있는 나무전체를 한바퀴각(360°)으로 보고 원을 그린다.

(2) 나무 몇%수에 맞는 도수를 아래와 같이 계산한다.

한바퀴각 360°를 100%로 보면 잣나무 45%는

$$360^\circ \times \frac{45}{100} = 162^\circ$$

아카시아나무 30%는

$$360^\circ \times \frac{30}{100} = 108^\circ$$

이깔나무는

$100\% - (45\% + 30\%) = 25\%$이므로

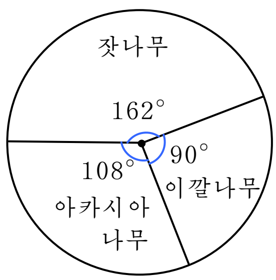


그림 4−21

$$360° \times \frac{25}{100} = 90°$$

(3) 원의 중심을 정점으로 하여 매 나무의 %에 맞는 각을 그림과 같이 원에 그리고 나무이름을 써넣는다.

우에서와 같이 원에 그린 도표를 **원도표**라고 부른다.

례 2 어느 한 뻐스사업소에 있는 전체 뻐스의 $\frac{1}{6}$이 대형뻐스이고 $\frac{1}{2}$이 중형뻐스이고 $\frac{1}{3}$이 소형뻐스이다. 이 사업소의 뻐스 구성상태를 보여주는 원도표를 그려라.

(풀이) 한바퀴각 360°를 1로 보면

대형뻐스 $\frac{1}{6}$은

$$360° \times \frac{1}{6} = 60°$$

중형뻐스 $\frac{1}{2}$은

$$360° \times \frac{1}{2} = 180°$$

소형뻐스 $\frac{1}{3}$은

$$360° \times \frac{1}{3} = 120°$$

그리려는 원도표는 그림 4-22와 같다.

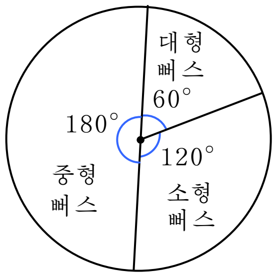


그림 4-22

문 제

1. 한 학교에서 기르는 토끼의 75%가 재빛토끼이고 20%는 흰토끼이다. 나머지는 검은토끼이다. 원도표로 표시하여라.
2. 한 협동농장의 경지면적의 60%는 논이고 20%는 밭, 15%는 과수원이다. 나머지는 뽕나무밭이다. 이것을 원도표로 표시하여라.
3. 한 축산반에서 기르는 집짐승은 모두 400마리인데 염소는 230마리, 돼지는 145마리, 양은 25마리이다. 이것을 원도표로 표시하여라.
4. 어떤 식료품에 단백질이 $\frac{1}{3}$, 기름질이 $\frac{5}{18}$, 당질이 $\frac{7}{18}$이 포함되여있다. 원도표로 표시하여라.

5. 한 뻐스사업소에 있는 전체 뻐스의 $\frac{1}{5}$이 소형뻐스이고 대형뻐스는 소형뻐스의 $2\frac{1}{2}$배보다 2대 더 많다. 나머지는 중형뻐스인데 10대이다. 이 뻐스사업소에 있는 뻐스대수구성상태를 원도표로 표시하여라.

련습문제

1. 한 기계공장에서 10월에는 계획을 126%, 11월에는 140%로 넘쳐 수행하였다. 매달 계획이 250대라면 10월과 11월에는 각각 몇대씩 만들었겠는가?
2. 한 수산사업소에서 한달에 3 000t의 물고기를 잡아 인민군대아저씨들에게 보내려고 계획하였는데 그의 172%를 잡았다. 잡은것은 몇t인가? 계획하였던것보다 몇t 더 잡았는가?
3. 한 보이라에서 지난 달에 석탄을 180t 썼는데 이것은 계획했던 석탄량의 75%이다. 석탄을 몇t 절약하였는가?
4. 바다물에는 약 3.2%로 소금이 녹아있다. 소금 1t을 얻으려면 바다물 몇t이 있어야 하는가?
5. 한 공장에서 상반년에 5 680대의 공작기계를 만들었는데 이것은 년간계획의 71%이다. 년간계획은 얼마인가?
6. 다음 표의 빈칸을 채워라.

전체	1 990	825		$7\frac{3}{4}$		320
부분		128	36.9	$5\frac{1}{9}$	565	
%	22%		30%		55%	18%

7. 2 500의 70%의 70%는 얼마인가? 그것은 2 500의 몇%인가?
8. 한 제품을 만드는데 원료를 40% 절약해서 72kg 덜 들게 하였다. 이 제품을 만드는데 이전에는 몇kg의 원료를 썼는가?
9. 6.5%인 소금물 200g과 5.2%인 소금물 300g을 섞으면 몇%의 소금물이 얻어지겠는가?
10. 두 막대기 A, B가 있다. A의 길이는 B의 길이의 130%이다. 그러면 B의 길이는 A의 길이의 70%라고 말할수 있는가?
11. 어떤 수를 40% 크게 한 다음 20% 작게 하는것과 먼저 20% 작게 한 다음 40% 크게 하는것은 결과가 같겠는가?
12. 물건값이 20% 내렸다. 물건을 몇% 더 살수 있겠는가?

13. 종전에는 살충제를 쳐서 벌레의 97%를 죽였다. 지금은 새로운 살충제를 써서 벌레의 99.6%를 죽인다. 종전의 살충제에 비해서 새로운 살충제는 벌레 1만마리당 얼마 더 죽이는것으로 되는가?
14. 한 기차가 20시간 달리던 거리를 16시간에 달리고있다. 달리는 시간이 몇% 단축되였는가? 기차의 속도는 몇%로 늘어났는가?
15. 칡 30t에는 짐승들이 소화시킬수 있는 단백질이 960kg 들어있고 강냉이 30t에는 715kg이 들어있다. 단백질이 칡에는 강냉이보다 몇% 더 들어있는가?

복습문제

1. 다음의 글에 맞는것을 아래에서 찾아 ( )에 써넣어라.

   《a가 유리수일 때 $-a$는 ( )이다.》

   1) 부수　2) 정수가 아니다.　3) a의 반대수　4) 0과 같지 않다.
2. 다음의 글에서 옳지 않은것을 골라내여라.
   1) 임의의 두 유리수의 합은 유리수이다.
   2) 임의의 두 유리수의 차는 유리수이다.
   3) 임의의 두 옹근수의 적은 유리수이다.
   4) 임의의 두 옹근수의 상은 유리수이다.
3. a가 유리수일 때 다음의 글에서 옳지 않은것은 어느것인가?

   1) $a>0$이면 $|a|=a$　2) $a=0$이면 $|a|=0$

   3) $a<0$이면 $|a|=-a$　4) $|a|>0$이면 $a>0$
4. 다음 글에 맞는것을 아래에서 골라내여 ( )에 써넣어라.

   《a가 유리수일 때 a의 거꿀수 $\frac{1}{a}$은 ( )이다.》

   1) 정수　2) 유리수

   3) 유리수가 아니다.　4) 유리수가 아닐수 있다.
5. 다음의 글에서 정확한것은 어느것인가?
   1) 정의 옹근수와 정의 분수는 통털어서 정의 유리수이다.
   2) 정의 옹근수, 부의 옹근수는 통털어 옹근수이다.
   3) 정의 분수, 부의 분수, 정의 옹근수, 부의 옹근수는 통털어 유리수이다.
   4) 0은 옹근수가 아니다.
6. 분수를 커지는 차례로 써라.

   1) $\frac{7}{12}$, $\frac{17}{30}$, $\frac{13}{24}$, $\frac{12}{15}$, $\frac{21}{40}$　2) $\frac{15}{17}$, $\frac{6}{19}$, $\frac{15}{46}$, $\frac{10}{33}$, $\frac{30}{37}$

7. 다음 수들의 렬을 보고 물음에 대답하여라.

① $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, …, $\frac{1}{n}$, …

② $-\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{3}$, $-\frac{1}{4}$, $-\frac{1}{5}$, …, $-\frac{1}{n}$, …

1) 수들이 점차 커지는가 작아지는가?

2) 점차 어떤 수에로 가까와가는가?

3) 이 수들가운데서 제일 마지막 수를 말할수 있겠는가?

8. 1) 정의 분수에서 곱하기를 하면 그 적이 곱하는 인수들보다 커지는가 작아지는가? 계산해보고 따져보아라.

$$6\times\frac{2}{3},\ \frac{3}{7}\times\frac{1}{2},\ 1\frac{1}{6}\times\frac{6}{7},\ \frac{1}{3}\times2\frac{1}{2},\ 1\frac{1}{5}\times2\frac{1}{3}$$

2) 정의 분수에서 나누기를 하면 상이 나누일수보다 커지는가 작아지는가?

$$6\div\frac{2}{3},\ \frac{3}{7}\div\frac{1}{2},\ 1\frac{1}{6}\div\frac{6}{7},\ 2\frac{1}{3}\div1\frac{1}{2},\ 10\frac{2}{7}\div6,\ \frac{5}{24}\div2\frac{1}{3}$$

9. 곱하기 $3\frac{5}{7}\times6$에서 데림분수를 가분수로 고치지 않고 계산하자면 어떻게 하여야 하는가?

10. 다음것을 계산하여라.

1) $\left(\frac{1}{14}-\frac{2}{7}\right)\div(-3)-6\frac{1}{14}\div\left(-7\frac{1}{12}\right)$

2) $\left(7-8\frac{4}{5}\right)\times2\frac{7}{9}-15\div\left(\frac{1}{8}-\frac{3}{4}\right)$

3) $\left(6\frac{3}{5}\div6-8.016\times0.125+\frac{2}{15}\times0.03\right)\times\left(-2\frac{3}{4}\right)$

4) $\left(-9\frac{3}{20}+1.24\right)\div2\frac{1}{3}+\left(\frac{3}{4}+2\frac{5}{8}\right)\div(0.625)$

11. 다음 값을 구하여라.

1) $a=2\frac{2}{5}$, $b=1\frac{1}{3}$일 때 $(a+b)\times\frac{15}{16}+(a-b)\div\frac{4}{15}$

2) $x=3\frac{1}{2}$일 때 $\frac{2}{7}\times x+\frac{1}{14}\times x-\frac{3}{21}$

12. 다음것을 계산하여라.

1) $\dfrac{12.75\times\frac{4}{25}\times(-1.8)}{\left(-1\frac{1}{2}\right)\times 2.04\div 20}$　　　2) $\dfrac{\left[-1.75\times\frac{2}{5}+1.75\div(-1)\right]\times\left(-1\frac{5}{7}\right)}{\left(\frac{12}{40}-0.325\right)\div\frac{1}{5}\times 0.4}$

13. 다음것을 계산하여라.

1) $0.(17)+\frac{3}{22}-1\frac{7}{9}$　　　2) $0.3(21)+1\frac{2}{33}+0.2(32)$

14. 다음 그림의 빈칸에 9개의 수 $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{7}{12}$을 다 써넣되 가로, 세로, 대각선방향으로의 세수의 합이 다 같아지게 하여라.

15. 한 급행렬차가 A역에서 B역까지 가는데 5시간이 걸리고 다른 한 일반렬차가 B역에서 A역까지 가는데 8시간 걸린다. 급행렬차가 떠난지 2시간 지난 다음 일반렬차가 떠났다. 두 렬차가 서로 만났을 때 그 지점으로부터 두 역까지의 거리의 차가 84km였다. 두 역 A, B사이 거리를 구하여라.

16. 한 렬차에 16개의 유개화차와 20개의 무개화차가 달려있다. 무개화차에는 각각 유개화차의 2.2배의 짐이 실려있고 렬차전체의 짐은 1 500t이다. 유개화차와 무개화차에 실은 짐은 각각 얼마인가?

17. A, B 두 사람에게는 책이 모두 128권 있고 B, C 두 사람에게는 책이 모두 160권 있다. A의 책수가 C의 책수의 $\frac{3}{7}$이라면 B에게는 책이 몇권 있겠는가?

18. 《승리 58》형자동차 한대로 나르면 16시간 걸리고 《자주호》자동차 한대로 나르면 4시간 걸리는 짐을 두 자동차가 함께 나르면 한시간에 전체의 몇분의 몇을 나를수 있는가? 다 나르는데 몇시간 걸리는가?

19. 두대의 양수기로 $3\frac{3}{5}$시간에 퍼낼수 있는 물을 어느 한대로는 12시간에 다 퍼낼수 있다. 다른 양수기로는 몇시간에 다 퍼낼수 있는가?

20. A, B 두 사람에게는 사과가 모두 130알 있고 A, C 두 사람에게는 사과가

모두 180알 있다. B의 사과수는 C의 사과수의 $\frac{3}{5}$ 이라면 A에게는 사과가 몇알 있었겠는가?

21. 한 통에 붉은 공과 흰 공이 들어있다. 이 통에 들어있는 붉은 공의 절반과 흰 공의 $\frac{1}{3}$ 의 합은 13알이고 붉은 공의 $\frac{1}{3}$ 과 흰 공의 절반은 12알이다. 이 통에 들어있는 붉은 공과 흰 공은 각각 몇알이겠는가?

22. 건설용목재의 $\frac{2}{7}$ 를 쓰고 또 나머지의 $\frac{2}{5}$ 를 썼다. 쓴 목재의 량은 남아있는 목재량보다 $10m^3$ 더 많다. 모두 몇m^3 있었는가?

23. 한 학급학생의 절반은 한가지 악기를 다루고 그 나머지 학생의 $\frac{3}{5}$ 은 두가지 악기를 다루며 그밖의 학생들은 세가지 악기를 다룬다. 각각 몇%인가? 이것을 원도표로 그려라.

24. 학생들이 수영장에 갔다. 먼저 8명의 학생이 물에 뛰여들었고 다음 나머지 학생의 50%가 물에 뛰여들었다. 그리하여 물에 들어간 학생이 남아있는 학생의 2배가 되였다. 수영하러간 학생은 모두 몇명인가?

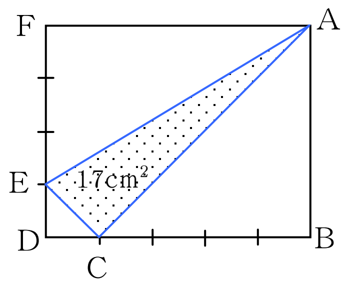


그림 4-23

25. 직4각형 ABDF(그림 4-23)에서 변 DB를 5등분한 점을 C, 변 FD를 4등분한 점을 E라고 하면 △AEC의 면적은 직4각형의 면적의 몇%인가? 또 △AEC의 면적을 $17cm^2$라고 하면 직4각형 ABDF의 면적은 얼마인가?

26. 30%인 소금물이 있는데 일정한 량의 물을 넣어 24%의 소금물을 얻었다. 만일 같은 량의 물을 한번 더 넣는다면 몇%의 소금물이 되겠는가?

27. 어떤 건설대상을 1작업반은 15일간에 끝낼수 있고 2작업반은 1작업반보다 20% 적은 날자에 끝낼수 있으며 3작업반은 1작업반의 $\frac{2}{3}$ 의 날자가 걸린다. 세 작업반이 함께 일하면 며칠동안에 끝낼수 있는가?

28. 다음것을 구하여라.

1) $\frac{1}{116\times117}+\frac{1}{117\times118}+\frac{1}{118\times119}+\frac{1}{119\times120}-\frac{1}{116}+\frac{1}{120}$

2) $\frac{1}{18}+\frac{1}{54}+\frac{1}{108}+\frac{1}{180}+\frac{1}{270}$

3) $\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\ \cdots\ +\frac{1}{99\times100}$

4) $\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{35}+\frac{1}{63}+\frac{1}{99}+\frac{1}{143}+\frac{1}{195}\right)$

5) $\left(1+\frac{1}{5}\right)+\left(2+\frac{2}{5}\right)+\left(3+\frac{3}{5}\right)+\left(4+\frac{4}{5}\right)+\left(5+\frac{5}{5}\right)+\left(6+1\frac{1}{5}\right)+\ \cdots\ +\left(16+3\frac{1}{5}\right)$

29. 인성이가 7시와 8시사이에 수학문제를 풀었다. 문제풀이를 시작할 때 시계 분바늘과 시바늘이 한 직선을 이루었고 끝날 때는 시계바늘이 겹쳐졌다. 인성이가 수학문제를 푸는데 얼마만한 시간이 걸렸는가?

30. 학생수가 같은 1학년 1반과 2반의 일부 학생들이 수학경연에 참가한다. 1반에서 참가한 인원수는 2반에서 참가하지 않은 인원수의 $\frac{1}{3}$이고 2반에서 참가한 인원수는 1반에서 참가하지 않은 인원수의 $\frac{1}{4}$이다. 1반에서 참가하지 않은 인원수는 2반에서 참가하지 않은 학생수의 몇분의 몇인가?

31. 두 체육선수단 A와 B가 롱구공, 축구공, 배구공을 다음과 같이 가지고있다.

1) A가 가지고있는 공수는 B가 가지고있는 공수의 $\frac{2}{3}$이다.

2) A에는 롱구공이 25%이고 B에는 축구공이 50%이다.

3) 배구공이 A에서 차지하는 %수는 B에서 차지하는 %수의 2배이다. A와 B의 공을 합쳤을 때 배구공은 28%이다.

축구공이 차지하는 %를 구하여라.

제5장. 여러가지 식

$$ax+b=0$$

글자와 식의 값

한마디식과 여러마디식

여러마디식의 더하기와 덜기

방정식과 안같기식

$$=,\ <,\ >,\ \geq,\ \leq$$

제1절. 글자와 식의 값

1. 글자와 식쓰기규칙

해보기 글자 a가 들어있는 식을 하나 써보아라. 이때 글자 a는 무엇을 대신하는가?

글자는 하나 또는 몇개의 수를 대신할수도 있고 어떤 수들 전체를 대신할수도 있으며 모르는 수를 대신할수도 있다.

> 글자는 수를 대신하여 쓴다.

례 1 1) 주체사상탑의 높이를 글자 h로 표시하면 h는 수 170(m)을 표시한다.

2) 더하기에 관한 바꿈법칙을 $a+b=b+a$로 표시할 때 a, b는 모든 수를 대신한다.

3) $3+x=10$, $x^2-4=0$ 등에서 x는 모르는 수를 대신한다.

문 제

1. 그림과 같은 직4각형의 둘레의 길이와 면적을 각각 표시하여라. 그리고 $a=12$, $b=8.6$일 때 그것을 계산하여라.

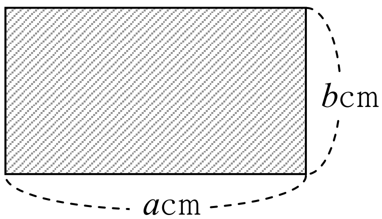


그림 5-1

2. 반경이 25cm인 바퀴가 100번 굴러갈 때 굴러간 거리를 ℓm라고 하면 ℓ은 어떤 수를 대신하겠는가? 그 수를 아래에서 골라내여라.

1) 25　　2) 250　　3) 157

4) 50

3. $a\times b=b\times a$에서 a와 b는 각각 어떤 수를 대신할수 있겠는가?

알아보기 글자는 식을 표시하는데 쓰인다.

식은 수나 글자, 기호를 써서 계산차례나 관계를 표시한다.

식 쓰 기 규 칙

(1) 글자가 섞인 곱하기는 《×》를 쓰지 않고 그저 련이어 써서 표시한다.	$a\times b\times c=abc$ $a\times(-b)=a(-b)$
(2) 수들끼리 곱할 때에는 《×》 또는 《·》를 쓴다.	$3\times 5=3\cdot 5$
(3) 같은 글자들의 적은 제곱으로 표시한다.	$a\times a\times b=a^2\cdot b$
(4) 곱하기에 있는 수인수는 글자앞에 모아 쓴다.	$a\times 3\times b\times 2=6ab$
(5) 나누기는 일반적으로 분수모양으로 쓴다.	$a\div b=\dfrac{a}{b}$

문 제

1. 식쓰기규칙에 따라 다음 식을 간단히 써라.

1) $5\times a\times c\times d$　　2) $3\times a\times b\times b\times b$　　3) $a\times b$

4) $1\times b$　　5) $x\times\dfrac{1}{3}$　　6) $\left(-\dfrac{1}{3}\right)\times y$

7) $x\times\dfrac{1}{3}\times y$

2. 다음것들가운데서 어느것이 옳은가?

1) $a\div b\times c=\dfrac{a}{bc}$　　2) $a\div b\times c=\dfrac{ac}{b}$

3. 다음 식을 식쓰기규칙에 맞게 써라.

1) $a\times 3+5\times b$　　2) $2\times a\times b\div(c-d)$

3) $a\times b\div c$　　4) $(a+b)\div 3\times(a+b)\times 7$

4. 다음 식에서 식쓰기규칙에 맞지 않거나 틀리게 쓴것을 고쳐라.

1) $2\times 5\times b\times a\times b\times a=10ba^2b$　　2) $8\times a\times 2\times b=8a^2b$

3) $3\times a\div b\times c\div d=\dfrac{3ac}{b}\div d$　　4) $7\times x\times 5\times y=75xy$

5) $b\times a\times 5\times a\times b=5b^2a^2$　　6) $6\times x\div y\times z\div t=\dfrac{6xt}{yz}$

알아보기 어느 계산을 옳게 하였는가 따져보아라.

1) $6-3-2=6-1=5$, $6-3-2=3-2=1$

2) $5-4\div2=1\div2=\frac{1}{2}$, $5-4\div2=5-2=3$

3) $8\div4\times2=8\div8=1$, $8\div4\times2=2\times2=4$

계산차례

(1) 괄호가 없는데서나 괄호안에서는 다음과 같은 차례로 계산한다.

① 여러가지 산법이 섞여있을 때에는 제곱, 곱하기 및 나누기, 더하기 및 덜기 차례로 계산한다.

② 곱하기와 나누기계산은 왼쪽부터 차례로 하며 더하기와 덜기에서도 마찬가지로 계산한다.

(2) 괄호가 있으면 그안의 계산을 먼저 한다. 괄호안에 또 괄호가 있으면 그안의 계산을 더 먼저 한다.

례 2 $[(-4)^3-(-5)^2]\times2-7\times3+(1-4)^2+10\div2\times(-3)$

$=(-64-25)\times2-21+9+5\times(-3)$

$=(-89)\times2-21+9-15=-178-21+9-15$

$=-205$

문 제

1. 다음 식을 식쓰기규칙에 맞게 써라.

1) $y\times z\times7$ 2) $-b\times c\times d^2$

3) $3a\times5b^2$ 4) $\frac{1}{2}\times x^2\times6y^3\div5$

2. 다음 식을 계산하여라.

1) $[(-7)\times(-11)\div(-3)]\div(-2)-5^2$

2) $[(-4)^3-(-5)^3]\cdot2-5\cdot3+(9-4)^2+10\div2\times(-3)$

3) $(10+3^2)\cdot3-3+[(-90)\div15-(9-15)]$

3. 다음 식을 계산하여라.

1) $\left[7+\left(-1\frac{4}{33}\right)\cdot 3\frac{5}{6}+3\frac{1}{6}\cdot\frac{3}{19}\right]\div\left(-\frac{2}{3}\right)+\frac{2}{3}$

2) $\frac{3}{16}\cdot\left(-1\frac{3}{5}\right)\div\left[\frac{3}{5}+7\frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{1}{10}\right)\right]-3\frac{1}{2}\div 4\frac{2}{3}$

3) $\left[\frac{2}{13}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{5}\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)\right]\div 1\frac{3}{7}\div 2\frac{2}{3}$

4) $\left[\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)+\frac{3}{4}\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)^2\right]\cdot\frac{9}{4}\div\left(-\frac{3}{2}\right)$

4. 다음 식을 계산하여라.

1) $\dfrac{\left(-\frac{3}{4}\right)\cdot 1.8\cdot 1\frac{1}{5}\div 0.07}{\frac{1}{5}\div 0.7^2\cdot\left(-2\frac{5}{8}\right)}$ 2) $\dfrac{\left(1.75\cdot\frac{2}{5}+1.75\right)\cdot\left(-1\frac{1}{7}\right)}{\left(\frac{17}{40}-0.325\right)\div\frac{1}{5}\cdot(-0.4)}$

2. 식의 값

찾기 다음 식들에서 수만 들어있는 식과 글자가 들어있는 식을 가려내여라.

1) $\frac{3+2}{11-3}+\frac{1}{4}+2$ 2) $\frac{1}{3}-\frac{b}{2}+\frac{1}{2}$

3) $ab+c-\frac{n}{m}$ 4) $\frac{1}{a}-\frac{b}{3}+1$

수만 들어있는 식을 **수식**, 글자가 들어있는 식을 **글자식**이라고 부른다.

문 제

1. 다음 식가운데서 수식과 글자식을 가려내여라.

1) $\frac{5+2}{4-a}\times\frac{1}{7}$ 2) $(3\times 5-6\times 2)\times 3$ 3) $1\frac{3}{4}-3\times 2\div c$

2. 수식은 수가 들어있는 식이고 글자식은 글자만 들어있는 식이라고 말하면 옳은가, 왜 그런가?

알아보기 다음것을 계산해보고 물음에 대답하여라.

$$\frac{10-2}{4}+\frac{25-4}{7}, \qquad 8\div(3-3)$$

1) 수식을 계산하면 결과로 무엇을 얻는가?

2) 수식을 계산하면 언제나 답을 얻을수 있는가?

수식의 값

$\frac{10-2}{4}+\frac{25-4}{7}$ —계 산→ 5

수식 　　　　　　수식의 값

수식을 계산하다가 0으로의 나누기가 나오면 그 수식은 값을 가지지 않는다.

문 제

1. 다음 수식의 값을 구하여라.

1) $(9\times2+3-5)\div(14-2\times16)$

2) $\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{2}\right)\times\frac{2}{5}+\left(\frac{3}{2}-\frac{5}{3}\right)\times\frac{7}{10}$

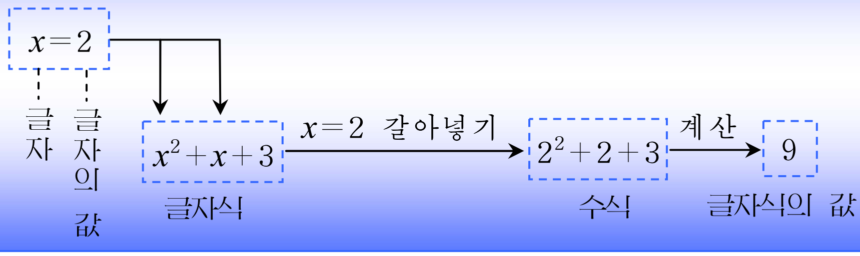
3) $\left(\frac{3}{8}\times\frac{4}{5}-\frac{3}{80}\times5\right)\div\left(2\frac{1}{2}+1\frac{1}{4}\right)\times\frac{50}{3}$

4) $1\frac{1}{4}\div2\frac{7}{24}+\frac{4}{33}-\frac{9}{22}\times\frac{2}{3}+\frac{20}{23}$

2. 다음 글자식에서 a대신 3을 갈아넣은 수식의 값을 구하여라.

$$\frac{a+12}{5}+\frac{a^2+5}{7}-2a$$

글자식의 값



례 직4각형의 가로가 a, 세로가 b일 때 그 둘레의 길이 ℓ과 면적 S를 각각 식으로 표시하여라. 그리고 $a=3.5\text{m}$, $b=2.04\text{m}$일 때 그 값을 각각 계산하여라.

(풀이) $\ell=2(a+b)=2\cdot(3.5+2.04)=2\cdot 5.54=11.08(\text{m})$

$S=ab=3.5\cdot 2.04=7.14(\text{m}^2)$

문 제

1. $x=6$일 때 다음 식의 값을 구하여라.

   1) $-\dfrac{48}{x}+6$　　2) $5-\dfrac{x^2}{18}$　　3) $\dfrac{x^2+2x+8}{x+8}-\dfrac{12}{x}$

2. $m=6$, $n=-4$일 때 다음 식의 값을 구하여라.

   1) $m(n-m)$　　2) m^2-2mn^2　　3) $\dfrac{m^2+n^2}{(m+n)^2}$

3. $a=2$, $n=4$일 때 다음 식의 값을 구하여라.

   1) $(a+1)(a+2)\cdots(a+n)$　　2) $(1-a)(1-a^2)\cdots(1-a^n)$

4. $x=\dfrac{1}{3}$, $y=-2$, $z=-\dfrac{1}{4}$일 때 다음 식의 값을 구하여라.

   1) $24(x+y+z)$　　2) $xy+yz$　　3) $\dfrac{x+y}{z+y}$　　4) $\dfrac{3x-4y}{yz}$

5. 다음 표의 빈칸에 주어진 식의 값을 써넣어라.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$\lvert x-2\rvert$							
x^2+2x+3							
$\lvert x^3-2x\rvert$							

6. $x=-3$일 때 식 $|x-2|+|1+x|-|2+x|$의 값을 구하여라.
7. $x=4$, $y=-1$일 때 식

$$|3x+y-5|+|x^2-2y^2|-|7x-14y-10|+1-10x$$

   의 값을 구하여라.
8. 학급 학생 40명가운데서 30명이 최우등생이다. 최우등생은 몇%인가? 학급 학생 a명가운데서 b명이 최우등생일 때 최우등생의 %를 구하는 식을 써라.
9. 학급 학생수의 p%가 n명일 때 학급 학생수를 구하는 식을 써라. 학급

학생수의 60%가 18명이라면 이 학급의 학생수는 얼마인가?

련습문제

1. 다음 식을 식쓰기규칙에 맞게 써라.

   1) $-3\times a\times y\div t$　　2) $(-7)\times a+b\times(-2)\times c$

   3) $5\times a\times a+3\times b\times b\times 4+2\times c\times c\times c\times d$

   4) $\frac{2}{3}\times(a+b)+\frac{4}{1.5}\div(a+b)(-c)+2\times x\div(-y)\times a\times\frac{5}{2}$

2. 다음 식을 《×》, 《÷》기호를 써서 표시하여라.

   1) $\frac{k+l}{m+n}$　　2) $\frac{x+y}{2ab}$　　3) $\frac{3a(x-y)}{2b(a+3b)}$　　4) $\frac{2xy(a+b)}{3ab(x-y)}$

3. 다음의 글을 식쓰기규칙에 맞게 써라.

   1) a와 b의 적을 c로 나눈 상에 a의 2배를 곱한 적

   2) a와 b의 거꿀수를 곱한 적에 c의 2제곱을 곱한 적

   3) x와 y의 적의 3배에서 z의 2제곱을 던 차

4. 다음 식의 계산차례를 말하고 계산하여라.

   1) $\frac{2}{3}-\frac{1}{5}\cdot\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+(-3)^4$　　2) $\left(\frac{1}{4}\right)^3-\frac{1}{3}\times\frac{3}{5}\div\frac{1}{5}+\frac{4}{3}$

   3) $\frac{\left(93\frac{5}{18}-95\frac{7}{30}\right)\cdot\left(-2\frac{1}{3}\right)+0.6}{0.2}$　　4) $\frac{2\frac{5}{8}-\frac{2}{3}\cdot 2\frac{5}{14}}{\left(3\frac{1}{2}-4.375\right)\times 19\frac{2}{3}}$

5. 다음 수식의 값을 구하여라.

   1) $\left[\frac{3}{5}+\left(-\frac{7}{8}\right)\times(-2)^2\right]\times\left(-\frac{10}{29}\right)+\left[\left(-\frac{2}{3}\right)^3\times(-3)^2\right]\times\left(-\frac{108}{59}\right)$

   2) $\left(8\frac{1}{3}\times 0.4-1\frac{1}{5}\div 6.36\right)\times\frac{159}{500}+15.76-1\frac{4}{5}\div\left(\frac{3}{10}-0.06\right)$

6. $a=0.25$, $b=-0.75$일 때 식 $a^2-2ab+b^2$의 값을 구하여라.

7. $x=\frac{1}{2}$일 때 식 $\frac{x^2-2x-3}{x^2+2x+1}$의 값을 구하여라.

8. $a=3$, $b=2$, $c=5$일 때 식

$$\frac{a^2}{(a-b)(a-c)}+\frac{b^2}{(b-c)(b-a)}+\frac{c^2}{(c-a)(c-b)}$$

의 값을 구하여라.

9. 농도가 n%인 소금물이 $a$kg 드는 통에 절반 차있다. 이 소금물에 들어있는 소금은 얼마인가? $n=10$, $a=50$일 때 소금은 얼마인가?

10. 위대한 령도자 **김정일**원수님께서 군사를 성실히 배울데 대하여 주신 말씀을 높이 받들고 사격훈련을 잘하여 붉은청년근위대 대원들이 사격에서 모두가 《우》, 《량》의 성적을 쟁취하였다. 《우》를 쟁취한 대원은 a명이고 《량》을 쟁취한 대원은 《우》를 쟁취한 대원의 p%보다 b명 더 많다. 모두 몇명인가? $a=75$, $p=64$, $b=27$일 때 그 값을 구하여라.

11. 다음 식의 값을 구하여라.

1) $x=-5$일 때 $|x|+|x+6|-|2-x|$

2) $a=3$, $b=-6$일 때 $|a+b-2|+|2a-b+2|$

12. 식 $\dfrac{1}{1+n^2}$의 값이 1보다 클수 있겠는가? 이 식의 제일 큰 값은 얼마인가?

제2절. 한마디식과 여러마디식

1. 한마디식

찾기 다음 식들가운데서 곱하기만 들어있는 식을 골라내여라.

$$3x+2y,\ 0.5a,\ -2x^2y,\ a-2b,\ 4ab^2$$

곱하기만 들어있는 식을 **한마디식**이라고 부른다.

수 하나, 글자 하나도 한마디식으로 본다.

례 1 $1.5a$, 3, $-3x^2y$, x, $\dfrac{2}{5}m^2n^2$은 한마디식이다.

례 2 식 $\dfrac{4ab^2}{5}$은 $\dfrac{4}{5}ab^2$과 같이 수의 곱하기로 바꿀수 있으므로 한마디식이다.

수와 글자들의 적에서 수인수를 **결수**라고 부른다.

례 3 $\underline{3}a^2$, $\underline{-\frac{2}{5}}xy$

결수

（주의） $x=1\cdot x$, $-x=-1\cdot x$이므로 x와 $-x$의 결수를 각각 1, -1로 본다.

문 제

1. 다음 식에서 한마디식을 골라내고 그 결수를 말하여라.

1） -3.5　2） $2b^2$　3） $3+a$　4） $\frac{1}{7}ax^2$　5） $\frac{-3bx}{2}$

6） $\frac{3-x}{4}$　7） $3x(-y)$　8） $\frac{2pq^2}{m}$　9） $(a+b)^2c$

2. 다음 한마디식의 값을 구하여라.

1） $a=\frac{1}{2}$일 때 $4a^2$　2） $x=-10$일 때 $-0.1x^3$

3） $a=\frac{1}{3}$, $b=0.25$일 때 $\frac{2}{3}a^2b$

식에 들어있는 글자에는 변하는 값(여러개의 수)을 대신하는 글자도 있고 일정한 값을 대신한것도 있다.

례 4 일정한 속도 v로 직선운동하는 물체가 t시간 간 거리는 $v\cdot t$와 같이 표시되는데 여기서 v(속도)는 일정한 수를 대신하는 글자이고 t(시간)는 변하는 값을 대신하는 글자이다.

일반적으로 일정한 값을 대신하는 글자를 a, b, c, …로, 변하는 값을 대신하는 글자를 x, y, z, …로 표시한다.

일정한 수를 대신하는 글자는 수와 같이 보고 결수에 넣어 쓴다.

례 5 a가 일정한 수(값)를 대신하는 글자일 때

$\underline{6a}x^2$

결수

해보기 1) 그림을 보면서 한마디식 $3a \cdot 2b$를 간단히 하여라.

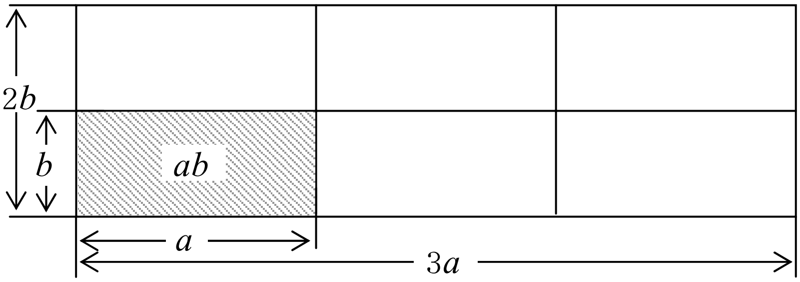


그림 5−2

2) □에 알맞는 수를 써넣어라.

$10^3 \cdot 10^2 = 10^{\square}$, $a^2 \cdot a^3 = a^{\square}$, $a^{\square} \cdot a^5 = a^8$

한마디식의 적을 간단히 표시할수 있다.

례 6 다음 식을 간단히 하여라.

1) $12a \cdot 8b$ 2) $a^n \cdot a^{2n}$ 3) $2a^2b^3 \cdot 3a^2b^4$

(풀이) 1) $12a \cdot 8b = 12 \cdot 8 \cdot a \cdot b = 96ab$

2) $a^n \cdot a^{2n} = a^{n+2n} = a^{3n}$

3) $2a^2b^3 \cdot 3a^3b^4 = 2 \cdot 3 \cdot a^2 \cdot a^3 \cdot b^3 \cdot b^4 = 6a^5b^7$

문 제

1. 다음 한마디식을 식쓰기규칙에 의해서 간단히 하고 결수를 말하여라.

1) $-3x \cdot ax \cdot 0.9y (= -2.7ax^2y$ 결수는 $-2.7a)$ 2) $-7a5xy$

3) $-12xyb\frac{1}{3}x$ 4) $mn(-0.3)mn3b$ 5) $2.5a^2x(-6)ay$

6) $2\frac{1}{2}m^2n\left(-\frac{1}{4}mn\right)$ 7) $-4x\left[-\left(-\frac{1}{5}ayb^2\right)\right]$ 8) $3x\frac{y}{9}ay^2b$

2. 다음 한마디식의 값을 구하여라.

1) $x=5$일 때 $0.3x^2$ 2) $y=\frac{1}{2}$일 때 $-0.5y^2 \cdot 30y$

3) $x=2$, $y=-1$일 때 $-9xy\left(-\frac{5}{9}x^2y\right)$

4) $m=-9$, $n=-\frac{1}{3}$일 때 $4 \cdot \frac{1}{3}m^2n \cdot \frac{1}{7}n$

3. 다음 한마디식을 간단히 하고 결수를 말하여라.

1) $6a^2x^2(-3a)$　　2) $-4x(-4ax)$　　3) $-yy\cdot 0.25bby$

4) $1\frac{5}{7}xxy\cdot\frac{7}{12}xxx$　　5) $-\frac{5}{6}a^2y^2\cdot 0.7b^2\cdot 10a^2xy^2$

4. 다음 한마디식들의 적을 하나의 한마디식으로 변형하여라.

1) $4a^2b(-0.5ax^2)$　　2) $(-0.81a^7b^2)\left(-\frac{3}{9}a^2x^2\right)$

3) $\underbrace{(-2ay^2)(-2ay^2)\cdots(-2ay^2)}_{5}$

알아보기 다음 한마디식에서 변하는 값을 대신하는 글자인수 x, y의 지수를 말하여라.

1) $0.7x^3$　2) $-\frac{2}{3}a^2x^2$　3) $\frac{5}{7}xy^2$　4) $-4.5a^3bx^3y^2$

한마디식에 들어있는 변하는 값을 대신하는 글자인수의 제곱지수들의 합을 그 **한마디식의 차수**라고 부른다.

례 7 변하는 값을 대신하는 글자가 x일 때 한마디식 x, $2ax$의 차수는 각각 1이고 $-3x^2$의 차수는 2이다.

례 8 x, y가 변하는 값을 대신하는 글자일 때 한마디식 $-5ax^2y$의 차수는 $2+1=3$이다. 이때 $-5ax^2y$를 글자 x, y에 관한 3차한마디식, 간단히 3차한마디식이라고 부른다.

문 제

1. x, y, z가 변하는 값을 대신하는 글자일 때 다음 한마디식은 몇차한마디식인가?

1) $\frac{2}{7}ax^2y^3$ (한마디식의 차수는 $2+3=5$이므로 5차한마디식이다.)

2) $\frac{2}{7}a^4x^2$　　3) $-4.7a$　　4) $0.75a^7z^3$

5) $-16x^3y$　　6) $-ab^2x^3z^2$　　7) $-3.01ab^2$

2. 변하는 값을 대신하는 글자의 차수가 다음과 같은 한마디식의 실례를 3개 들어보아라.

1) x는 2차　2) x는 2차, y는 3차　3) x는 1차, y는 4차

3. 다음과 같은 한마디식을 5개씩 만들어라.

1) 결수가 2인 x에 관한 2차한마디식

2) 결수에 a가 들어있는 y에 관한 3차한마디식

3) 글자 x, y에 관한 4차한마디식　4) 글자 x, y, z에 관한 4차한마디식

4. 다음것을 식으로 표시하여라. 또 그것이 한마디식인가? 한마디식이면 몇차한마디식인가?

1) 한시간에 80km씩 t시간동안에 간 거리

2) 밑변이 $x$cm이고 높이는 $y$cm인 3각형의 면적

3) 길이가 xm이고 너비는 길이보다 2m 짧은 직4각형의 면적

4) 밑면의 너비가 $y$cm이고 길이와 높이가 너비보다 각각 3cm 더 긴 직6면체의 체적

2. 여러마디식

알아보기 1. 다음 식에서 더하기기호와 덜기기호를 떼버리면 몇개의 한마디식을 얻을수 있는가?

$$-5x+(-y)+9xy-\left(-\frac{2}{3}xy^2\right)$$

2. 우의 식은 한마디식들을 어떤 산법기호로 이어서 얻은것인가?

> 한마디식을 더하기기호나 덜기기호로 이어서 만든 식을 **여러마디식**이라고 부른다. 한마디식도 여러마디식으로 본다.

모든 여러마디식은 한마디식들의 합으로 표시할수 있다.

여러마디식을 한마디식들의 합으로 볼 때 그 매 한마디식을 그 **여러마디식의 마디**라고 부른다.

례 1

$3x^2+5xy-x^2y-(-6xy^2)=\underline{3x^2}+\underline{5xy}+(\underline{-x^2y})+\underline{6xy^2}$

$\underline{2a}+\underline{3a^2b}+\underline{b^3}$

(밑줄 친 부분: 마디)

여러마디식을 거기에 들어있는 매 한마디식의 바로 뒤에서 끊으면 마디가 얻어진다. 여러마디식은 그 마디의 개수에 따라 **2마디식**, **3마디식**, …으로 가른다.

례 2 $2xy \,\vdots\, -x^2y^3$ (2마디식)
① ②

$-3x^2 \,\vdots\, +5xy \,\vdots\, +x^2y \,\vdots\, -(-6xy^2)$ (4마디식)
① ② ③ ④

문 제

1. 다음 식에서 여러마디식을 찾아보아라.

1) $3a-b$ 2) $\frac{2}{5}-p+q$ 3) $-0.5x^2$

4) $a^2-2ab+b^2$ 5) $a(a-b)c$ 6) $-\frac{n}{m}+p$

2. 다음의 여러마디식들을 한마디식들의 합으로 표시하여라.

1) $5x-2y$ 2) $9a-(-5b^2)$

3) $-x^2-\frac{1}{4}x+8$ 4) $-2m^2-3n+5p-\left(-\frac{2}{3}q^2\right)$

3. 다음의 식에서 여러마디식을 골라내고 마디를 불러보아라.

1) $-\frac{m}{3}+\frac{n}{4}$ 2) $-2x^2-0.5y$ 3) $x(3x-4y)$

4) $(a-b)(m-n)$ 5) $\frac{0.2x+y}{6}$ 6) $\frac{a+b-1}{a}$

4. 다음과 같은 두자리수, 세자리수, 네자리수, 다섯자리수를 여러마디식으로 표시하여라.(기호 $\overline{ab}$ 는 열의 자리의 수자가 a, 하나의 자리의 수자가 b인 두자리수를 표시한다.)

1) $\overline{mn}$ 2) $\overline{mnp}$ 3) $\overline{xyzu}$ 4) $\overline{abcde}$

찾기 다음의 여러마디식에서 매 마디들의 차수를 각각 말하여라. 마디의 차수들가운데서 제일 큰것이 얼마인가?

$$-0.7+5\underline{x}+2\underline{xy}^2-3\underline{x^2y}$$

여러마디식의 마디의 차수들가운데서 제일 큰것(높은것)을 그 **여러마디식의 차수**라고 부른다.

례 3 $\underline{3x^2y^2}-\underline{6x^2y}+\underline{x^2}-\underline{x}+5$: 4차여러마디식(4차5마디식)
4차 3차 2차 1차

문 제

1. 다음의 여러마디식은 몇차몇마디식인가?
   1) $5x+3x^2y^2+2$ (차수는 4이고 마디의 개수는 3이므로 4차3마디식이다.)
   2) $a-2bcx$ 3) $-xy^2z+x^3$ 4) $a^2y^2+ab+\frac{1}{3}b^2x$
   5) $2x^2+3xy^3-5y^2-x^4y^2$ 6) $7x^2\cdot\frac{3}{4}xy^2+0.5x^2y+9y^2$
   7) $a^3x+ab^2y^2+4a^5-5b^3$
2. 다음 여러마디식의 값을 구하여라.
   1) $x=1$, $y=2$일 때 $2x^2y+5xy^2-xy$
   2) $x=1.5$일 때 x^3-2x^2+x-2

3. 여러마디식의 정돈

해보기 1. 그림을 보고 여러마디식 $3a+4a$를 계산하여라.

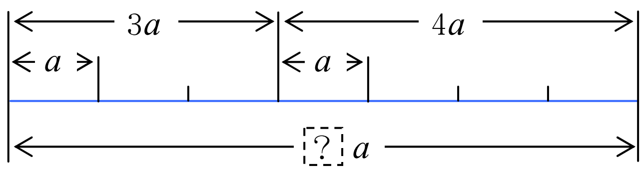


그림 5－3

2. 분배법칙을 써서 다음 식의 괄호를 풀어 여러마디식으로 만들어라.
   1) $3(m+n)$ 2) $a(m+n-p)$

$$ax+bx+cx \Leftrightarrow (a+b+c)x$$

례 1 다음 식을 간단히 하여라.

1) $2x-5x$ 　　　　2) $6m+m-5m$

(풀이) 1) $2x-5x=2x+(-5x)=(2-5)x=-3x$

2) $6m+m-5m=(6+1-5)m=2m$

례 2 다음 식을 여러마디식으로 고쳐라.

1) $-2(x-y)$ 　　　　2) $3a+4(a-2b)$

(풀이) 1) $-2(x-y)=-2x+2y$

2) $3a+4(a-2b)=3a+4a-8b=7a-8b$

문 제

1. 다음 식을 간단히 하여라.

   1) $8a+5a$ 　　2) $3b-4b$ 　　3) $2ab+7ab$

   4) $7a+3a-5a$ 　　5) $3x^2+6x^2-4x^2$

   6) $7y-5y-(-2y-6y)$ 　　7) $5b+3b-(7b+2b)$

2. 다음 한마디식을 두마디식으로 가르는 실례를 들어라.

   1) $5a=2a+3a=7a-2a=$ …

   2) $3a$ 　　3) $6b$ 　　4) $2a^2b$

3. 다음 여러마디식을 마디의 개수가 가장 작은 여러마디식으로 고쳐라.

   1) $3a+2b-a+3b$ 　　2) $2x+3xy+5xy-4x+6$

   3) $12a^2-9ab^2+5ab^2-7a^2b$

4. □에 알맞는것을 써넣어라.

   1) $a+2a+3a=\square a$ 　　2) $12a^3+8a^2+6a=\square(6a^3+4a^2+3a)$

   3) $7(m-2n+\square p)=7m+\square n-21p$

해보기 1) 다음 여러마디식에서 글자부분이 서로 같은 마디들을 찾아라.

$$2a^2+7a+3a^2-2a+9$$

2) 글자부분이 같은 마디들끼리 묶고 공통인 글자부분을 괄호밖으로 내놓아라.

한또래마디와 그 정돈

한 식에서 글자부분이 같은 마디들을 **한또래마디**라고 부른다.

한또래마디들의 공통인수인 글자부분을 괄호밖으로 내놓고 하나의 마디로 고치는것을 **한또래마디를 정돈한다**고 말한다.

례 3 다음 여러마디식에서 한또래마디들을 찾고 그것을 정돈하여라.

1) $4m-2m$ 2) $3a+2b+a-5b+1$

(풀이) 1) $4m-2m=(4-2)m=2m$

2) $3a+2b+a-5b+1=(3a+a)+(2b-5b)+1$

$=(3+1)a+(2-5)b+1=4a-3b+1$

해보기 다음의 여러마디식에서 한또래마디를 정돈한 다음에 마디들의 차수가 높아지는 차례로도 써보고 차수가 낮아지는 차례로도 써보아라.

$$2x^2-3x+6x^2-5x-9x^2-7x-0.1$$

여러마디식에서 한또래마디들을 정돈하고 차수가 높아지는 차례로 또는 차수가 낮아지는 차례로 써놓는것을 **여러마디식을 정돈한다**고 말한다.

례 4 1) $\underline{3x^2}+10x^3-\underline{2x}+\underline{5x^2}+\underline{6x}+7=$

$=\underline{(3+5)x^2}+10x^3+\underline{(-2+6)x}+7$

$=8x^2+10x^3+4x+7$

$=10x^3+8x^2+4x+7$ (차수가 낮아지는 차례로 정돈한것)

$=7+4x+8x^2+10x^3$ (차수가 높아지는 차례로 정돈한것)

2) $\underline{3ba^2}-\underline{b^2}+\underline{7ab^2}-\underline{12a^2b}-\underline{2b^2}+\underline{3ab^2}$

$=\underline{-9a^2b}-\underline{3b^2}+\underline{10ab^2}$

$=-9a^2b+10ab^2-3b^2$ (글자 a에 관해서 낮아지는 차례로 정돈한것)

$=(10a-3)b^2-9a^2b$ (글자 b에 관해서 낮아지는 차례로 정돈한것)

문 제

1. 다음 여러마디식을 정돈하여라.

1) $-m-4m$ 2) $8ab-5ab+7ab$

3) $11x^2+4x-x^2-4x$ 4) $0.3x-5b+4a-4.5x-\frac{1}{3}a$

2. 다음 여러마디식들을 정돈하여라.

1) $1-2a-0.3+7a-2$ 2) $-x-3-x^2+5x-2-7x^2$

3) $-\frac{1}{7}x^2-\frac{1}{2}-\frac{1}{5}xy-y^2+\frac{1}{14}x^2-0.7xy^2-\frac{1}{3}$

4) $5m^2n-4m^3-2mn+7m^3-3m^2n-9mn$

3. 다음 식의 값을 구하여라.

1) $a=\frac{4}{5}$일 때 $15a-4a-16a$

2) $m=\frac{3}{5}$, $n=3$일 때 $8.3mn+5mn+1.7mn-4m+n$

련습문제

1. 다음 식가운데서 여러마디식과 한마디식을 갈라보아라. 글자는 다 변하는 값을 대신하는 글자이다.

1) $2+a$ 2) $-m$ 3) $2ax+\frac{y}{b}$ 4) $\frac{1}{7}x^2$ 5) $4x^2+\frac{xy}{5}+y^2$

6) $\frac{1}{4}a^2+\frac{a}{b}$ 7) $\frac{(-2)^2}{7}$ 8) $0.2\left(a^2+\frac{2}{3}\right)$ 9) $\frac{a+b}{x+y}$ 10) $\frac{a^2b}{1.5}$

2. 다음 한마디식을 간단히 하여라.(변하는 값을 대신하는 글자는 x, y이다.)

1) $(-3xy^2)(-0.2ay^3)$ 2) $\frac{2}{3}\cdot(-0.8ax^2)\cdot 4.6by^3$

3. 다음 여러마디식에서 마디와 결수를 말하고 여러마디식이 몇차몇마디식인가를 말하여라.(글자는 다 변하는 값을 대신한다.)

1) $2a-3b$ 2) $0.2a-3y-2$ 3) $a-\frac{1}{2}b-3$ 4) $2a^2-7a-3$

5) $2x^2-1.2x^2-0.7$ 6) $3x^2+4y+5$ 7) $3p^2+pq-4q^2$

8) $3x^2y+xy^3+\frac{1}{2}xy+3x$ 9) $x^4y^2+y^4-2x^5-3x^5y$

4. 다음의 식의 값을 구하여라.

1) $x=-3$일 때 $x-4+6x+2-3x$

2) $x=2\frac{3}{4}$, $y=-\frac{1}{3}$일 때 $-2xy^2+4x+11xy^2-15x$

5. 다음의 여러마디식을 정돈하여라.

1) $5x^3-7x+5x^2-4x-9x^2+2$

2) $\frac{1}{2}a^3-0.3a^4+\frac{3}{5}a^2-0.8a^3+\frac{3}{4}a^4-a^2$

3) $6x^2y+y^3-7xy^3-13x^2y-3y^3-5xy^2$

4) $-7.5a^4b^3+0.2a^2b-3+1.7a^2b-0.7a^4b^3$

6. 다음과 같은 정돈된 여러마디식을 써라.

1) 글자 x에 관한 2차3마디식

2) 글자 x에 관한 4차5마디식

3) 글자 x, y에 관한 3차7마디식

제3절. 여러마디식의 더하기와 덜기

1. 더하기

여러마디식 $3x^2-7x-2$에 x^3-5x^2-3x+3을 더하려면

$$3x^2-7x-2+(x^3-5x^2-3x+3)$$

과 같이 쓰고 정돈한다.

알아보기

1. 우의 더하기식에서 괄호를 풀면 마디들의 부호가 어떻게 되겠는가?
2. 두 여러마디식을 더하면 그 합도 늘 여러마디식으로 된다고 말할수 있는가?

여러마디식의 더하기계산

팔호로 묶은 여러마디식을 더할 때에는

① 팔호를 풀면서 그안에 있던 마디들을 그대로 이어 쓴다.

② 얻은 여러마디식을 정돈한다.

례 1 $2a+(-6a+3b-1)$을 계산하여라.

(풀이) $2a+(-6a+3b-1)=2a-6a+3b-1$

$=-4a+3b-1$ … … … 여러마디식

례 2 $(-3x^2-5xy+y)+(-7x^2+4x-y+2)$를 계산하여라.

(풀이) $(-3x^2-5xy+y)+(-7x^2+4x-y+2)$

$=-3x^2-5xy+y-7x^2+4x-y+2$

$=-10x^2-5xy+4x+2$ … … … 여러마디식

문 제

1. 다음의 두 식을 더하여라.

   1) $3a+7b-5$와 6　　　2) $-9x^2+12xy-3$과 $y^2-3xy+1$

   3) $4x+3$과 $-0.3x$　　　4) $9mn+6m^2-3n^2$과 $-5m^2-9mn-4$

2. 다음 식을 계산하여라.

   1) $4x-2+(-2x^2-1)$

   2) $-5x+x^2+5+(-1-5x+x^2)$

   3) $-(-3x^2-5xy+y)+(-7x^2+4x-y+2)$

   4) $-\frac{1}{7}x^3+0.5xy^2-1.5y^2+\left(-\frac{4}{3}x^2-\frac{1}{5}xy^2+\frac{1}{4}y^2-2\right)$

3. 다음 식의 값을 구하여라.

   1) $x=-1$, $y=2$일 때 $x-2y+5+(-3x-2+y)$

   2) $a=0.2$, $b=\frac{3}{4}$, $c=\frac{1}{2}$일 때 $a-b+c+(c-a-b)+(-4a+3b-c)$

4. 다음 두 식의 값이 늘 같은가?

   $(a^2+b^2-c^2)+(b^2+c^2-a^2)+(c^2+a^2-b^2)$과 $(a^2+b^2+c^2)$

2. 덜기

x에 관한 식(변하는 값을 대신하는 글자가 x만 들어있는 식)을 간단히 $\mathrm{A}(x)$, $\mathrm{B}(x)$, …와 같이 표시할 때가 많다.

례 1　$\mathrm{A}(x)=x^2-3x+1$, $\mathrm{B}(x)=4x^3-x^2+2x-1$

여러마디식 $\mathrm{A}(x)=2x^2-7x+3$에서 $\mathrm{B}(x)=7x^3-x^2+5x-8$을 덜려면

$$\mathrm{A}(x)-\mathrm{B}(x)=2x^2-7x+3-(7x^3-x^2+5x-8)$$

와 같이 쓰고 계산한다.

알아보기　우의 덜기식에서 괄호를 풀면 마디들의 부호가 어떻게 되겠는가?

여러마디식의 덜기계산

팔호로 묶은 여러마디식을 덜 때에는

① 팔호를 풀면서 더는 여러마디식의 마디들의 부호를 바꾸고 이어쓴다.

② 얻은 여러마디식을 정돈한다.

례 2 $5a-(2a-b+4)$를 계산하여라.

(풀이) $5a-(2a-b+4)=5a-2a+b-4=3a+b-4$

례 3 $5x^2+4xy-y^2-(-2x^2+3xy-2y^2+2)$

$=5x^2+4xy-y^2+2x^2-3xy+2y^2-2=7x^2+xy+y^2-2$

문 제

1. 다음 식을 계산하여라.

1) $-3a-(b-2a)$　　2) $3m+4-(-7n^2-5m-2)$

3) $-5a-(-0.2a-b+4)$　　4) $(-2m-7mn-5)-\left(\frac{1}{3}m-\frac{1}{2}mn+\frac{3}{5}\right)$

5) $2x-3y-7-(-5x+6y-3)$　　6) $y+x^2-(-3x^2-y+7)$

7) $-(6x^2-3+5x)-(2x-4.5-x^2)$

8) $-(5xy-3x^2)+(7x^2-2xy)-(-5xy)$

2. 다음 식의 값을 구하여라.

1) $x=2$일 때 $x^2-2x-(-3x-5x^2)$

2) $a=0.1,\ b=\frac{1}{2}$일 때 $-(3a+b)+(-2a^2+4b)-(3a-2b)$

3. 다음의 두 식의 값이 늘 같겠는가?

$(m^2-n^2-p^2)-(n^2-m^2-p^2)+(p^2-m^2-n^2)$과 $m^2-3n^2+p^2$

4. 다음 식을 계산하여라.

1) $(3x-5y)-(5x+6y)+(6x-2y)$

2) $(0.6b^2-2.5b)-(0.35b^2+0.65b)-(0.75b^2-0.15b)$

3) $(y^2+1.75y-3.2)-(0.3y^2+4)-(2y-7.2)$

4) $(11a^3-3a^2+2)-(a^3-a^2+a)+(a^2-7a^3-5)$

탐구

어느 한 달의 달력이 그려져있다.

일	월	화	수	목	금	토
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		

1. 그림에서 4각형안에 있는 3개의 수의 합과 그 가운데수(14)를 비교해보고 □안에 알맞는 식을 써넣어라.
   임의의 렬에서 차례로 있는 3개의 수를 취할 때 그 가운데수를 a로 표시하면 이 3개 수의 합은 □이다.
2. 그림에서 4각형안에 있는 9개의 수의 합과 그 중심에 있는 수(10)를 비교하여보고 아래의 물음에 대답하여라.
   1) 4각형안에 있는 9개의 수의 합을 그 중심에 있는 수로 어떻게 표시할수 있는가?
   2) 이러한 관계가 이와 같은 다른 임의의 4각형에서도 성립하겠는가?
   3) 다른 달력에서도 이러한 관계(식)가 성립하겠는가? 왜 그렇게 말할수 있는가?
   4) 이러한 4각형안에 있는 9개의 수들사이에 성립하는 다른 식을 찾아내여라.

련습문제

1. 다음 식의 괄호를 풀어라.
   1) $B+(K^2-3K+7)$　　2) $B-(0.2m^2-1.5m-1)$

3) $C+\left(-\frac{1}{2}ab-\frac{1}{3}a^2b+\frac{1}{7}\right)$　　4) $C-(-0.3p^2q-0.9p^3-1.79)$

5) $12a^2b-3ab^2+9a^3+(5a^3-14a^2b-6ab^2)$

2. 다음 식을 계산하여라.

1) $5x^3+(-2x+3x^2+5)$　　2) $(7a-b+c)-(-3a+b-3)$

3) $-3a^2-2a^4+(-2a^4+4a^3+9a)$　　4) $-(5x-7x^2)-(1-x+2x^2)$

3. 다음 식의 값을 구하여라.

1) $x=3$일 때 $-\frac{2}{9}x-\frac{2}{3}x^2-7+\left(-\frac{1}{3}x^2+\frac{1}{9}x-5\right)$

2) $a=1.6$, $b=0.5$일 때 $(0.3a^2b-1.6ab+8ab^2)-(3.4ab-7.7a^2b+5ab^2)$

4. 다음 식을 계산하여라.

1) $(x^2-0.45x+1.2)+(0.8x^2-1.2x)-(1.6x^2-2x)$

2) $-\left(\frac{2}{3}y^2-1\frac{1}{6}y\right)+\left(\frac{1}{6}y^2-\frac{3}{4}y+1\right)-\left(1-\frac{1}{2}y^2\right)$

3) $\left(0.5xz-\frac{1}{2}xy\right)-\left(-\frac{1}{4}xy+\frac{1}{2}yz\right)-\left(0.8yz+2\frac{1}{2}xz\right)$

4) $\left(\frac{3}{4}ab-\frac{4}{5}b^2-\frac{5}{6}a^2\right)-\left(-\frac{1}{5}b^2-\frac{1}{4}ab+\frac{1}{6}a^2\right)-\left(a^2-2b^2\right)$

5. 다음 식을 계산하여라.

1) $6x-7y+[2x-(x-y)]$　　2) $9a^2+[7a^2-2a-(a^2-3a)]$

3) $5-[b-(6b-3)+1]+5b$

4) $3a-\{2b+[4a-(-b-3a)+b+(a+2b-3c)]\}$

6. 다음 식의 값은 거기에 들어있는 글자의 값에 관계없이 늘 일정한 수라는것을 밝혀라.

1) $1.9-10x^2-(-1-3x^2)+(2.5+7x^2)$

2) $10-y^2-(3y-2y^2)+(6+3y-y^2)$

7. 다음것이 옳은가를 밝혀라.

1) 이웃한 세 옹근수 a, $a+1$, $a+2$들의 합은 3의 배수이다.

2) 이웃한 다섯개의 옹근수들의 합은 5의 배수이다.

8. 다음것이 성립하도록 □대신에 알맞는 식을 써넣어라.

1) $(5x^2+\square-7)+(\square-4x+\square)=x^2+2x+1$

2) $(\square-6y+13)-(9y^2-\square+\square)=2y^2-3y-4$

9. 다음 사실을 밝혀라.

1) $\overline{ab}$와 $\overline{ba}$ 모양의 임의의 두자리수의 합은 11을 약수로 가진다.

2) $\overline{ab}$ 와 $\overline{ba}$ 모양의 두자리수의 차는 9를 약수로 가진다.

제4절. 방정식과 안같기식

1. 같기식과 안같기식

해보기 다음 식들을 같기기호가 들어있는것과 안같기기호가 들어있는것으로 갈라놓아라.

1) $5-2=3$ 2) $2x-3=5$ 3) $x+5>0$

4) $6x+2\leq 0$ 5) $1-7x=3x+4$

두 식을 같기기호로 이어서 만든 식을 **같기식**, 안같기기호($>$, $\geq$, $<$, $\leq$)로 이어서 만든 식을 **안같기식**이라고 부른다.

례 1 같기식 안같기식

$2a-b=3+c$ $3x+1<x-2$

(왼변)(오른변) (왼변) (오른변)

문 제

1. 다음 식들가운데서 같기식과 안같기식을 가려내여라.

1) $3-a<0$ 2) $2b-5=0$ 3) $6-4=2$

4) $a^2\geq 1$ 5) $(x-1)(x-3)=0$ 6) $(a+2)(a+5)\leq 0$

2. x의 값이 각각 0, 1, 2, 3, 4일 때 같기식 $3x-2=x+2$의 왼변과 오른변의 값을 아래의 표에 써넣었다. 빈칸에 알맞는것을 찾아 써넣어라.

x	$3x-2$	$x+2$	글자의 값이 같기식에 맞는가?
0	$3\cdot 0-2$	$0+2$	맞지 않는다.
1	$3\cdot 1-2$		
2	$3\cdot 2-2$	$2+2$	
3	$3\cdot 3-2$		
4	$3\cdot 4-2$	$4+2$	

(주의) 글자의 값이 같기식에 맞는다는것은 글자의 값을 같기식에 갈아넣을 때 그 식이 성립한다는것을 의미한다.

3. 옹근수 2, 3, 4, 5, 6가운데서 다음의 식에 맞는 x의 값을 다 골라내여라.

1) 같기식 $x^2-7x+10=0$

2) 안같기식 $3x>x+7$

4. 같기식 $|x-2|=3$에 맞는 옹근수 x의 값들을 암산으로 다 구하여라.

찾기 같기식 $3x-6=3(x-2)$에 맞는 글자 x의 값은 몇개인가? 아래에서 맞는 답을 찾아라.

1) 1개　　2) 2개　　3) 무수히 많다.　　4) 없다.

같기식, 안같기식에 맞는 글자의 값은 하나 또는 몇개일수도 있고 무수히 많을수도 있으며 없을수도 있다.

> 글자의 아무런 값에도 다 맞는 같기식을 **늘같기식**, 글자의 아무런 값에도 다 맞는 안같기식을 **늘안같기식**이라고 부른다.

례 2 늘같기식: $2(x+3)=2x+6$, $1-x^2=(1-x)(1+x)$

늘안같기식: $2|x|\geq 0$, $x^2+1>0$

문 제

1. 다음 같기식들가운데서 늘같기식을 찾아내여라.

1) $x+5=5+x$　　2) $x-2=2-x$

3) $x(x+3)=3x+x^2$　　4) $2(x+3)-1=2x+5$

2. $x-5>0$에 맞는 x의 값들은 어떤 수들이겠는가?

3. $x^2<0$에 맞는 x의 값이 있겠는가? 왜 그런가?

알아보기 저울이 기울어지지 않는가를 알아보아라.

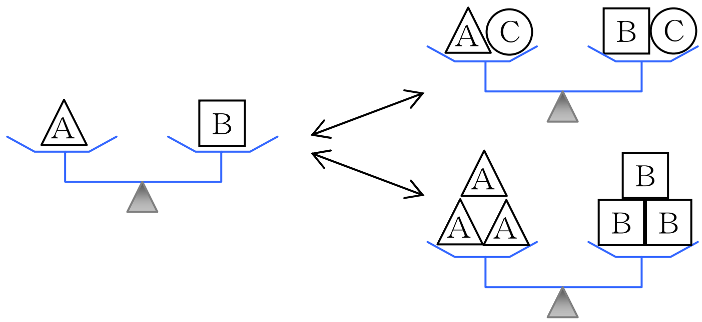


그림 5−4

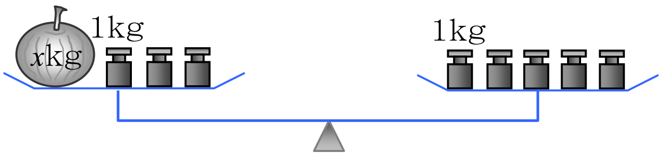
같기식의 성질

A=B일 때

1. $A+C=B+C$
2. $A-C=B-C$
3. $AC=BC$
4. $\dfrac{A}{C}=\dfrac{B}{C}$ $(C\neq 0)$

문 제

1. 저울에 놓인 수박은 몇kg인가?



$x+3=5$

그림 5−5

2. 0이 아닌 4개의 수 a, b, c, d로 된 같기식 $\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}$로부터 다음의 같기식을 어떻게 얻을수 있겠는가?

   1) $ad=bc$ 2) $\dfrac{a}{c}=\dfrac{b}{d}$ 3) $\dfrac{d}{b}=\dfrac{c}{a}$ 4) $\dfrac{b}{a}=\dfrac{d}{c}$

3. 같기식의 어느 성질을 써서 첫째 같기식으로부터 둘째 같기식을 얻을수 있는가?

   1) $x-3=2$, $x=2+3$ 2) $\dfrac{x}{3}=5$, $x=5\cdot 3$

   3) $5x=20$, $x=\dfrac{20}{5}$ 4) $x+4=10$, $x=10-4$

알아보기 다음 두 같기식의 왼변과 오른변을 각각 비교하여보아라. 아래 같기식은 우의 같기식에 같기식의 어느 성질을 써서 얻었는가?

1) $5+x=2$　　　　2) $3=7+x$

$x=2-5$　　　　$3-x=7$

갈기식에서 어떤 마디에 반대부호를 달아 다른 변으로 옮길수 있다.

례 3　1) $x+3=5$　　　　2) $x-2=5$

$x=5-3$　　　　$x=5+2$

문 제

1. 다음 갈기식에서 글자가 들어있는 마디들을 왼변으로, 나머지마디들을 오른변으로 옮기고 정돈하여라.

1) $7x-9=3x+2$　　　　2) $5-x=2x-1$

3) $10-2x=7-5x$　　　　4) $3(4-2x)=2(x+5)$

2. 갈기식의 성질을 써서 x의 결수가 1이 되게 하여라.

1) $3x=24$　　2) $8x=20$　　3) $\frac{x}{4}=6$　　4) $\frac{5}{3}x=20$

5) $\frac{3}{8}x=12$　　6) $\frac{3}{4}x=14$　　7) $2\frac{2}{3}x=3\frac{4}{5}$

상식

갈기기호와 안갈기기호의 유래

갈기기호 《=》는 영국의 수학자 레코드(1510-1558)가 처음 사용하였다. 그는 자기가 알고있는것 가운데서 가장 비슷한 두 물건이 한 쌍의 평행직선모양이였으므로 이 두 선으로 갈다는것을 표시해야 한다고 제기하였다고 한다. 그러나 17세기에 이르러서야 수학자들이 그것을 인정하고 사용하여왔다.

안갈기기호 《>》, 《<》는 영국의 수학자 하리오트(1560-1612)가 1612년에 처음 사용하였다. 기호 《>》, 《<》에는 벌어진쪽이 좁아진 쪽보다 크다는 뜻이 담겨져있다. 그후에 기호 《=》와 《>》, 《<》가 결합된 《≥》, 《≤》도 사용하여왔다.

수학에서 갈기기호, 안갈기기호를 사용하여 량들사이의 크기관계를 간편하게 표현할수 있게 됨으로써 과학기술발전에 크게 도움을 주었다.

알아보기 1. 저울의 기울어짐이 달라지지 않는가를 알아보아라.

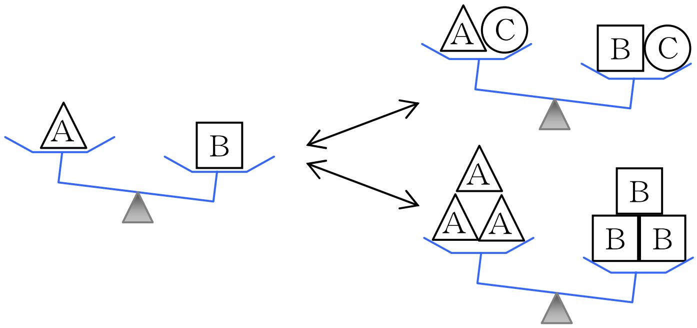


그림 5-6

2. 안갈기식 $6<8$의 두 변에 부수 -2를 각각 곱하고 안갈기기호의 방향을 정하여라. 또 두 변을 -2로 나누고 안갈기기호의 방향을 정하여라. 무엇을 알수 있는가?

안갈기식의 성질

A<B일 때

1. $A+C<B+C$
2. $A-C<B-C$
3. $m>0$이면 $mA<mB$, $\frac{A}{m}<\frac{B}{m}$

   $m<0$이면 $mA>mB$, $\frac{A}{m}>\frac{B}{m}$

A>B일 때에도 우에서와 같은 성질을 가진다.

문 제

1. A>B일 때 안갈기식의 성질을 식으로 쓰고 말로 설명하여라.
2. $x-2>1$이면 $x>1+2$ 즉 $x>3$이다. 왜 그렇게 말할수 있는가?

안갈기식에서도 갈기식에서와 같이 어떤 마디에 반대부호를 달아 그 마디를 다른 변으로 옮길수 있다.

례 4 　$x\,\boxed{+3} > 5$ 　　$x\,\boxed{-2} < 5$

$x > 5\,\boxed{-3}$ 　　$x < 5\,\boxed{+2}$

문 제

1. 다음 왼쪽 안갈기식으로부터 오른쪽 모양의 식을 얻으려면 안갈기식의 어느 성질을 써야 하겠는가를 생각해보고 □안에 알맞는 안갈기기호를 써넣어라.

   1) $a+\square>2$, $a\square 2-b$　　　2) $3a>12$, $a\square 4$

   3) $x-3<y$, $x\square y+3$　　　4) $-\dfrac{y}{2}<3$, $y\square -6$

   5) $6x>18$, $x\square 3$　　　6) $-x<-5$, $x\square 5$

2. $a<b$일 때 다음 안갈기식들가운데서 늘 성립하는것을 골라내여라.

   1) $a-b>0$　　　2) $a-b<0$

   3) $-a<-b$　　　4) $-a>-b$

3. 다음것이 늘 성립하기 위한 조건을 말하여라.

   1) $a>b$이면 $ma>mb$　2) $ax>b$이면 $x>\dfrac{b}{a}$　　3) $a>b$이면 $\dfrac{1}{a}<\dfrac{1}{b}$

2. 방정식과 그 풀이

찾기 　같기식 $3x=x+3$에 맞는 글자 x의 값을 아래에서 골라내여라.

$$-2,\ -1,\ 0,\ \frac{1}{3},\ 1,\ \frac{3}{2},\ 2,\ 3,\ \cdots$$

방정식과 그 풀이

글자(모르는 값을 대신하는 글자)가 들어있는 같기식을 **방정식**이라고 부른다. 방정식에 맞는 글자의 값을 그 **방정식의 풀이**라고 부르며 방정식의 풀이를 다 구하는것을 **방정식을 푼다**고 말한다. 풀이가 없다는것을 밝히는것도 방정식을 푸는것으로 본다.

례 1 　$2x-8=0$ ⋯ ⋯ ⋯ ⋯ ⋯ 글자 x가 들어있는 방정식

$x=4$일 때

$$2\cdot 4-8=0$$

이므로 4는 방정식 $2x-8=0$의 풀이이다.

문 제

1. 다음 갈기식들가운데서 방정식을 찾아라.

1) $2x-3=1-x$　　2) $\frac{3}{4}-\frac{1}{2}=1-\frac{3}{4}$　　3) $x^2-9=0$

2. 괄호안의 수가 방정식의 풀이로 되는가를 따져보아라.

1) $5x-29=1$ (6)　　2) $\frac{2}{5}-\frac{1}{3}x=0$ ($\frac{6}{5}$)

3) $x^2+x-42=0$ (6, −7)　　4) $\frac{2}{3}-\frac{1}{x}=0$ ($\frac{3}{2}$)

3. 다음 방정식에서 수마디들을 오른변으로 옮기고 정돈하여라.

1) $x+2=6$　　2) $x-\frac{1}{2}=\frac{1}{3}$　　3) $2x+1=1.5$

4. 다음 방정식에서 x의 결수가 1이 되게 하여라.

1) $3x=24$　　2) $8x=20$　　3) $\frac{x}{4}=6$

4) $\frac{5}{3}x=20$　　5) $1\frac{3}{4}x=14$　　6) $2\frac{2}{3}x=3\frac{4}{5}$

해보기 갈기식의 성질을 써서 다음 방정식을 $x=a$모양으로 고쳐라. 얻은 값 a가 처음 방정식의 풀이로 되는가를 따져보아라.

1) $x-5=0$　　2) $3x-6=0$　　3) $2x-5=x+9$

4) $x+14=5x-10$　　5) $8x+1=3x-9$

방정식 $x=5$에 맞는 글자 x의 값은 5 하나뿐이다. 즉 이 방정식의 풀이는 5 하나뿐이다.

이러한 의미에서 $x=a$모양의 방정식은 다 푼것으로 본다.

> 갈기식의 성질을 써서 방정식을 고쳐갈 때 그것의 풀이는 달라지지 않는다.
>
> 방정식을 풀려면 갈기식의 성질을 써서 그 방정식을 $x=a$모양의 방정식으로 고치면 된다.
>
> 이때 a가 주어진 방정식의 풀이이다.

례 2 방정식 $x-2=8x+19$를 풀어라.

(풀이) 글자마디들만 왼변으로 옮기면

$$x-8x=19+2$$

정돈하면 $-7x=21$

량변을 -7로 나누면

$$x=-3$$

풀이. -3

(풀이) $x-8x=19+2$

$-7x=21$

$x=-\frac{21}{7}$

$x=-3$

풀이. -3

례 3 다음 방정식을 풀어라.

$$\frac{2x-1}{3}-\frac{x+1}{2}=1+\frac{x}{2}$$

(풀이) 량변에 3과 2의 최소공통배수 6을 곱하여 분모를 없애면

$$2(2x-1)-3(x+1)=6+3x$$

괄호를 풀면

$$4x-2-3x-3=6+3x$$

마디들을 옮기고 정돈하면

$$4x-3x-3x=6+2+3$$

$$-2x=11$$

량변을 -2로 나누면 $x=-5.5$

풀이. -5.5

(풀이) 량변×6

$2(2x-1)-3(x+1)=6+3x$

$4x-2-3x-3=6+3x$

$4x-3x-3x=6+2+3$

$-2x=11$

$x=-5.5$ 풀이. -5.5

문 제

다음 방정식을 풀어라.(1−5)

1. 1) $x-9=6$ 2) $x-5=2x$ 3) $3x-81=-6x$
   4) $2-5x=8-4x$ 5) $x+15=-3x+3$ 6) $4y+18=9-y$
2. 1) $4(3-x)=-3(2-x)$ 2) $13-(2x-1)=5-(x+2)$
   3) $1-6m=9-2m$ 4) $3z+1=5z-13$
   5) $5+3(y-1)=6(y+2)-1$ 6) $7a-(3-a)=2(a+5)-3(2-a)$
3. 1) $x+\frac{5}{2}=\frac{5}{6}$ 2) $\frac{x-2}{7}=\frac{2x+2}{11}$

3) $\frac{5}{8}x-\frac{1}{4}=\frac{2}{3}x-1$　　　4) $\frac{1}{2}x-3=\frac{4}{3}x+1$

5) $\frac{1}{4}(2-2x)=3-\frac{4}{3}x$　　　6) $\frac{1}{3}(2-x)=-\frac{2}{3}$

4. 1) $\frac{x+3}{3}=\frac{2x-3}{2}+1$　　　2) $\frac{3x-75}{2}-\frac{4x-8}{4}=8$

3) $\frac{x}{3}-\frac{2x-14}{5}=\frac{4}{3}$　　　4) $\frac{x}{2}-\frac{x-3}{4}=\frac{2-x}{3}$

5) $2x+\frac{1}{3}=\frac{x}{3}+2$　　　6) $\frac{2x-3}{3}-2=\frac{4-3x}{5}$

5. 1) $0.4x-3=2.1x+4$　　　2) $0.5x+1.25x=4.2x-0.7$

3) $3+0.7x-0.4x=2x$　　　4) $0.3x-3=1.2-3.7x$

5) $0.03(8x-1)=0.2x+0.29$　　　6) $0.4(3x-2)-0.5=2-0.2(5x+3)$

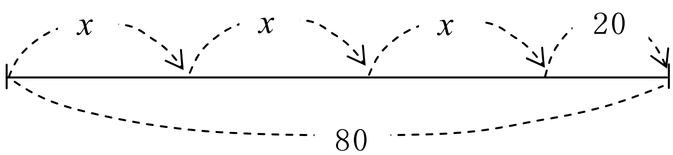
6. $\frac{a+b}{2}$를 $a*b$로 표시할 때 다음 방정식을 풀어라.

1) $[(1*2)*3]*4=x$　　　2) $(2x*x)*x*2x=5*7$

7. $\frac{2a+b}{3}$를 $a◎b$로 표시할 때 다음 방정식을 풀어라.

1) $5◎x=5$　　　2) $1◎(x◎2)=x$

해보기　1. 그림을 보고 □에 맞는 식을 써넣어라.



□ $=80$

그림 5-7

2. 다음 글을 식으로 표시하여라.

1) 어떤 수 x를 3배하고 8을 더한 합은 29이다.

2) 어떤 수의 5배보다 8만큼 큰 수는 38에서 그 어떤 수를 던 차와 같다.

3) 한 학생이 책을 첫날에는 x페지 읽고 둘째 날에는 첫날에

읽은 페지수의 1.5배를 읽고 셋째 날에는 둘째 날보다 25페지 더 읽어 3일동안에 145페지를 읽었다.

4) $x$km의 거리를 한시간에 4km씩 가면 5km씩 갈 때보다 1시간 더 걸린다.

례 4 학습제일주의구호를 높이 들고 정철이는 매일 수학문제를 15문제씩 풀것을 계획하였다. 그런데 매일 계획보다 몇문제씩 더 풀어 30일동안에 모두 600문제를 풀었다. 매일 더 푼 문제수를 구하여라.

(풀이) 매일 더 푼 문제수를 x라고 하면

매일 푼 문제수는 $x+15$

30일동안에 푼 문제수는 $30(x+15)$

문제의 조건에 의하여 $30(x+15)=600$

이것을 풀면 $x+15=20$

$x=5$

이것은 문제의 뜻에 맞는다. 답. 5문제

문 제

1. 다음 그림에 맞는 방정식을 세우고 풀어라.(그림 5-8)

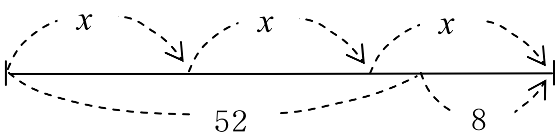


그림 5-8

2. 형과 동생이 푼 수학문제는 모두 53문제이고 형은 동생보다 9문제 더 풀었다. 형과 동생이 푼 문제수는 각각 얼마인가?
3. 사과와 배가 모두 480알 있다. 배는 사과보다 90알 적다. 사과와 배는 각각 몇알인가?
4. 어떤 수 x의 4배에서 3을 던 차가 x에 12를 더한 합과 같다. 수 x를 구하여라.
5. 두 수가 있는데 큰 수는 작은 수보다 30만큼 더 크고 그 두 수의 평균은 48이다. 그 두 수를 구하여라.

례 5 A로부터 B까지 가는데 한시간에 12km씩 달리는 자전거를 탄 사람은 한시간에 48km씩 달리는 자동차를 탄 사람보다 3시간 더 걸린다. A, B사이의 거리를 구하여라.

(풀이) A, B사이의 거리를 $x$km라고 하면

자전거를 탄 사람이 걸리는 시간 $\frac{x}{12}$

자동차를 탄 사람이 걸리는 시간 $\frac{x}{48}$

문제의 조건에 의하여 $\frac{x}{12}-\frac{x}{48}=3$

방정식을 풀면 $4x-x=144$

$3x=144$

$x=48$ 이것은 문제의 뜻에 맞는다.

답. 48km

방정식을 세워서 응용문제를 푸는 순서

1. 구하려는 량(또는 아직 정해지지 못한 량)을 글자로 표시한다.
2. 문제에서 서로 련관되는 필요한 량들을 식으로 표시하고 문제조건에 맞는 방정식을 세운다.
3. 방정식을 푼다.
4. 풀이가 문제의 뜻에 맞는가를 따져본다.
5. 구하려는 답을 쓴다.

문 제

1. 읍에서 어느 한 리까지 자전거로 한시간에 15km씩 가면 한시간에 5km씩 걸어가는것보다 1시간 30분 적게 걸린다. 읍과 리사이의 거리를 구하여라.
2. 전체 거리를 S, 한시간에 가는 거리를 v, 걸린 시간을 t라고 할 때 식 $S=vt$가 성립한다. v를 t와 S에 관한 식으로 표시하여라. 또 t를 v와 S에 관한 식으로 표시하여라.
3. 180km 떨어져있는 두 도시에서 각각 1시간에 40km씩 가는 화물자동차와 한시간에 60km씩 가는 승용차가 마주 향하여 동시에 떠났다. 몇시간후에 두 자동차들사이의 거리가 40km로 되겠는가?
4. 40km 떨어진 곳까지 가는데 처음에는 자전거로 한시간에 15km의 속도로

달리다가 도중에 5km의 속도로 걸어서 2시간 걸렸다. 자전거를 타고 달린 시간을 구하여라.

5. 한 아동단원이 비밀련락쪽지를 가지고 큰 길과 산길을 걸어서 목적지까지 2km 갔는데 34분 걸렸다. 큰 길로 갈 때는 1분동안에 100m씩 가고 산길로 갈 때는 1분동안에 30m씩 갔다. 큰 길과 산길로 각각 얼마씩 갔는가?

6. 한시간에 60km의 속도로 달리는 화물자동차가 도시 A를 떠난 후 40분 지나서 한시간에 100km씩 달리는 승용차가 도시 A를 떠났다. 승용차는 떠나서 몇시간만에 화물자동차를 따라잡겠는가?

7. 한시간에 각각 20km, 24km씩 가는 두 고기배가 부두에서 어장까지 가는데 빨리 가는 배가 2시간 늦게 떠났다. 몇시간만에 먼저 떠난 배를 따라잡겠는가?

례 6 수영장에 물을 가득 채우는데 작은 양수기로는 6시간, 큰 양수기로는 4시간 걸린다. 두 양수기를 함께 쓰면 몇시간 걸리겠는가?

(풀이) 두 양수기가 함께 물을 채우는데 걸리는 시간수를 x로 표시하면 한시간에 작은 양수기가 채우는 량은 전체의 $\frac{1}{6}$ (그림 5−9)

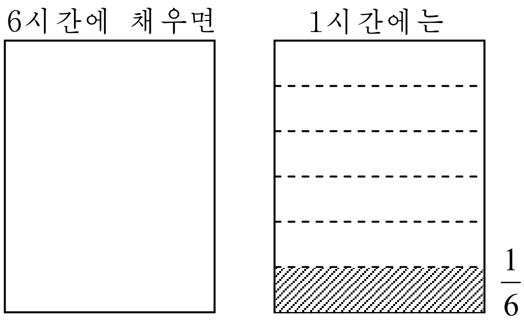


그림 5−9

큰 양수기가 한시간에 채우는 량은 $\frac{1}{4}$

두 양수기가 한시간에 채우는 량은 $\frac{1}{4}+\frac{1}{6}$

문제의 조건에 의하여

$$\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{6}\right)x=1$$

방정식을 풀면 $\frac{5}{12}x=1$

$$x=\frac{12}{5}$$

이것은 문제의 뜻에 맞는다.

답. $\frac{12}{5}$시간(2시간 24분)

문 제

1. 두 작업반이 각각 맡아하면 3시간, 2시간 걸릴 일을 함께 하면 몇시간에 할수 있는가?
2. 짐배에 두개의 기중기가 있다. 어떤 짐을 부리는데 첫째 기중기만으로는 1시간 30분 걸리고 둘째 기중기만으로는 1시간 12분 걸린다. 두 기중기를 함께 쓰면 짐을 다 부리는데 몇시간 걸리겠는가?
3. 세 기대공이 맡아 깎으면 각각 2일, 3일, 4일 걸릴 부속품들을 셋이 함께 깎으면 며칠에 다 깎을수 있겠는가?
4. 동생은 13살, 형은 20살이다. 언제 형의 나이가 동생의 나이의 2배로 되겠는가?
5. 어떤 밭을 가는데 《천리마》호 뜨락또르 한대로는 12시간 걸리고 《풍년》호 뜨락또르 한대로는 4시간 걸린다. 두 뜨락또르가 함께 갈면 몇시간에 갈수 있겠는가?
6. 어느 한 유치원어린이들에게 보낼 신발을 몇개의 통에 넣어 포장하려고 한다. 통에 70컬레씩 넣으면 55컬레가 남고 65컬레씩 넣으면 통이 하나 더 있어야 한다. 신발은 모두 몇컬레인가?
7. 학생들에게 사과를 나누어주는데 한 학생에게 4알씩 주면 8알이 남고 5알씩 주면 2알이 모자란다. 학생수와 사과의 알수를 구하여라.

례 7 10%의 소금물 120g이 있다. 여기에 물을 더 넣어 8%의 소금물을 만들려고 한다. 물을 얼마나 더 넣어야 하겠는가?(여기서 10%, 8%의 소금물이라는것은 소금물에 녹아있는 소금이 10%, 8%라는것을 말한다.)

(풀이) 더 넣어야 할 물의 량을 xg이라고 하면

10%의 소금물 120g에 들어있는 소금의 량은 $120\cdot\frac{10}{100}$

8%의 소금물 $(120+x)$에 들어있는 소금의 량은

$$(120+x)\cdot\frac{8}{100}$$

그런데 소금의 량은 변하지 않으므로

$$(120+x)\cdot\frac{8}{100}=120\cdot\frac{10}{100}$$

이 방정식을 풀면 $x=30$

답. 30g

문제

1. 1) 5%의 소금물 300g이 있다. 여기서 물을 얼마나 증발시키면 12.5%의 소금물을 얻을수 있겠는가?
   2) n%의 소금물 ag이 있다. 여기서 물을 얼마나 증발시키면 m%의 소금물을 얻을수 있겠는가? (여기서 $m>n$이다.)
2. 동이 각각 80%, 60% 들어있는 두가지 합금을 섞어서 동이 74% 들어있는 합금 150g을 만들려고 한다. 두가지 합금을 각각 몇g씩 섞으면 되겠는가?
3. 8%의 소금물 500g이 있다. 여기에 20%의 소금물 얼마를 섞어야 10%의 소금물을 얻을수 있는가?
4. 20%의 소금물 500g이 있다. 여기에 다른 종류의 소금물을 넣어 18%의 소금물 900g을 얻으려고 한다. 다른 종류의 소금물 %수는 얼마여야 하겠는가?
5. 시계는 지금 5시를 가리키고있다. 몇분 지나서 시계의 큰바늘이 작은바늘을 따라잡겠는가?
6. 두 책장이 있다. 둘째 책장의 수학책은 첫째 책장의 $\frac{1}{7}$이다. 첫 책장에서 수학책 12권을 꺼내고 둘째 책장에는 8권을 넣으면 첫 책장의 수학책은 둘째 책장의 수학책의 3배로 된다. 이 두 책장에는 수학책이 각각 얼마씩 있었겠는가?
7. 철길공사장에서 처음 57명이 일하는데 이 사람들로써는 45일이 걸리겠다고 한다. 15일동안 일한 후에 그 일을 더 빨리 하여야 되겠으므로 로동자를 몇명 보충하였더니 예정보다 12일간 빨리 끝났다. 몇명을 보충하였겠는가?
8. 첫 주머니에는 둘째 주머니에 비해 호두가 3배 있다. 두 주머니에 호두를 10알씩 더 넣었더니 첫 주머니의 호두는 둘째 주머니의 2배가 되였다. 처음 두 주머니에 호두가 각각 몇알씩 있었겠는가?
9. 한 상자에는 밀가루가 23kg 800g, 다른 상자에는 밀가루가 4kg 200g있다.

두 상자에 400g씩 밀가루를 여러번 넣어 한쪽이 다른쪽의 3배가 되게 하자면 몇번 넣어야 하겠는가?

10. 자동차의 속도는 자전거의 속도보다 5배 빠르다. 자전거가 12시간 먼저 떠났다면 얼마후 자동차와 자전거가 달린 거리가 갈겠는가?

3. 안갈기식의 풀이

알아보기 $x=4$는 안갈기식 $2x-8>0$에 맞는가? 4보다 큰 x의 값은 이 안갈기식에 맞는가? 또 4보다 작은 x의 값들은 어떤가?

> 안갈기식에 맞는 글자의 값을 그 **안갈기식의 풀이**라고 부른다. 안갈기식의 풀이를 모두 구하는것을 **안갈기식을 푼다**고 말한다. 풀이가 없다는것을 밝히는것도 안갈기식을 푸는것으로 본다.

례 1 1) 안갈기식 $x+2>x+1$은 늘안갈기식이므로 그 풀이는 수전부이다.

2) 1보다 큰 모든 x의 값은 안갈기식 $x-1>0$에 맞는다. 그러므로 그 풀이는 1보다 큰 모든 수이다.

3) $x^2<-1$의 풀이는 없다. 그것은 2제곱하여 부수로 되는 수는 없기때문이다.

문 제

1. 다음 안갈기식의 풀이를 암산으로 구하여라.

1) $x+5<x+10$ 2) $x^2+2>0$ 3) $x^2<-6$

4) $(x-2)^2\geq 0$ 5) $(x+3)x^2\leq 0$ 6) $x+3<0$

2. $x=-2$가 다음 안갈기식의 풀이로 되는가?

1) $2x+3>x$ 2) $x^2-3x+2<0$

안갈기식은 그 성질을 써서 방정식과 비슷하게 푼다.

례 2 다음 안갈기식을 풀어라.

$$2x-3<6x+1 \qquad (1)$$

(풀이) 글자마디만 한 변(왼변)에 오도록 마디들을 옮기면

$$2x-6x<1+3 \qquad (2)$$

정돈하면

$$-4x<4 \qquad (3)$$

왼변에 x만 있게 하면

$$x>-1 \qquad (4)$$

안갈기식 $x>-1$의 풀이는 -1보다 큰 모든 수이다.

-1보다 큰 모든 수는 안갈기식 (1)의 풀이로 된다.

이때 그 풀이를 $x>-1$로 표시하기로 한다.

(풀이) $2x-3<6x+1$

$-4x<4$

$x>\frac{4}{-4}$

$x>-1$

풀이. $x>-1$

례 3 다음 안갈기식을 풀어라.

$$4x+3\geq 6(x-1)+5$$

(풀이) 괄호를 풀면

$$4x+3\geq 6x-6+5$$

마디를 옮기고 정돈하면

$$4x-6x\geq -6+5-3$$

$$-2x\geq -4$$

$$x\leq 2$$

(풀이) $4x+3\geq 6x-6+5$

$4x-6x\geq -6+5-3$

$-2x\geq -4$

$x\leq 2$

풀이. $x\leq 2$

안갈기식의 성질을 써서 안갈기식을 고쳐갈 때 그의 풀이는 달라지지 않는다.

안갈기식의 풀이를 구하려면 안갈기식의 성질을 써서 $x>a$, $x\geq a$, $x<b$, $x\leq b$가운데 어느 한 모양으로 고치면 된다.

문 제

1. 다음 안갈기식을 풀어라.

   1) $-7x>5$ 2) $9-x\geq -14$

   3) $13x+4>5x+20$ 4) $2x-7>13-3x$

2. 다음 안갈기식을 풀어라.

   1) $3(x+2)>-18$ 2) $4x-1\leq 3(x-1)-3x$

   3) $3(2x-5)-16<10x-3$ 4) $2(7-x)-3(2x+1)>4-2(5x-1)$

3. 다음 안갈기식을 풀어라.

   1) $\frac{7}{2}-4x>\frac{14}{3}$ 2) $6-\frac{2}{3}x<x-\frac{1}{2}$

3) $\frac{2x-1}{3}-\frac{3x-1}{2}>5$ 　　 4) $\frac{2}{3}x\le\frac{3x-2}{4}-1$

4. 다음 안갈기식을 풀어라.

1) $\frac{x-1}{3}-2(1-4x)>\frac{1}{4}x-\frac{7-52x}{7}$ 　　 2) $\frac{4-5x}{3}+4\ge\frac{2x+2}{6}-3x$

3) $\frac{37-2x}{3}+9<\frac{3x-8}{4}$ 　　 4) $3\left(y+\frac{2}{9}\right)-7\left(2y-\frac{3}{14}\right)>\frac{3}{21}$

5. 다음 안갈기식의 풀이를 구하여라.

1) $0\cdot x>5$ 　　 2) $0\cdot x>-3$ 　　 3) $0\cdot x<2$

4) $0\cdot x<-5$ 　　 5) $0\cdot x<0$ 　　 6) $0\cdot x\le 0$

6. 다음 안갈기식을 풀어라.

1) $3x-1<3(x+2)$ 　　 2) $5(1-x)\ge 6-5x$

3) $2x-3(1+x)\ge 7-(x+10)$ 　　 4) $4x-3>x-(2-3x)$

해보기 다음 글에 맞는 안갈기식을 세워라.

1) 어떤 수 x의 3배에서 5를 던 차는 그 수의 2배에 7을 더한 합보다 작다.

2) 한시간에 책을 25페지씩 읽어가는데 t시간 지나서 보니 읽은것이 100페지 넘었다.

3) 물통에 물이 xL 있었는데 먼저 40L를 썼다. 다음에 나머지의 절반을 또 썼는데 통에 물이 50L이상 남았다.

4) 어떤 수 x의 p%가 그 수의 $\frac{1}{20}$보다 작다.

안갈기식을 세워서 여러가지 문제들을 풀수 있다.

례 4 련이어있는 세 홀수의 합이 100이상이 되기 위해서는 가장 작은 홀수가 얼마이상 되여야 하겠는가?

(풀이) 가장 작은 홀수를 x라고 하면 세 홀수는 각각

$$x,\ x+2,\ x+4$$

문제의 조건에 의하여

$$x+(x+2)+(x+4)\ge 100$$

이것을 풀면

$$3x+6\ge 100$$

$$3x \geq 94$$

$$x \geq \frac{94}{3}$$

$$x \geq 31\frac{1}{3}$$

답. 가장 작은 홀수는 33이상이 되여야 한다.

문 제

1. 련이어있는 네 자연수의 합이 200이하로 되자면 가장 큰 자연수가 얼마이하로 되여야 하겠는가?
2. 어느 공장의 세 작업반에서는 하루에 1 360개이상의 기계부속품을 깎아야 한다. 둘째 작업반에서는 첫째 작업반이 깎은것보다 25%만큼 더 깎고 셋째 작업반은 첫째 작업반이 깎은것보다 15%만큼 더 깎아서 계획을 넘쳐했다. 매 작업반에서 기계부속품을 얼마이상 깎았겠는가?
3. 수도로 물통에 물을 채우는데 한시간동안에 $\frac{1}{20}$만큼 채울수 있다고 한다. 지금 물통에 물이 절반 차있는데 물을 채우면서 한편으로는 한시간에 전체량의 $\frac{1}{50}$을 뽑아쓰고있다. 이제부터 몇시간 지나야 물통에 물이 $\frac{9}{10}$이상 차겠는가?

련습문제

1. 다음 방정식을 풀어라.

   1) $11-2y=14y-5$　　2) $5(x-6)+3(x-4)=0$

   3) $\frac{1}{2}(x-1)-\frac{1}{5}(x+2)=\frac{1}{3}x-1$

   4) $\frac{3}{4}(3-x)+\frac{2}{5}(2x+1)=\frac{1}{2}(5x-3)+2$
2. 다음 방정식을 풀어라.

   1) $0.12x-0.9=-0.03x+5.1$

   2) $0.2(x-1)-(-2x-0.1)=-1.2-0.6x$
3. $x=-3$이 다음 방정식의 풀이로 되게 a의 값을 정하여라.

$$\frac{3x-a}{2}=a-x$$

4. 사과를 어린이들에게 나누어주는데 한 아이에게 6알씩 나누어주면 3알이 남고 8알씩 나누어주면 11알이 모자란다. 어린이들은 모두 몇명인가? 또 사과는 모두 몇알인가?

5. 복숭아를 아이들에게 나누어주는데 첫 아이에게는 1알과 나머지의 $\frac{1}{7}$을 주고 둘째 아이에게는 남은것가운데서 2알과 그 나머지의 $\frac{1}{7}$을 주고 셋째 아이에게는 그 나머지에서 3알과 그 나머지의 $\frac{1}{7}$을 주었다. 그 다음 아이들에게도 같은 방법으로 나누어주었다. 그랬더니 매 아이들이 받은 복숭아수는 모두 같았다.

 복숭아의 총수와 아이들의 총수를 구하여라.

6. 학생들이 배놀이를 하는데 배 한척에 8명씩 타면 5명이 남고 10명씩 타면 마지막 배에는 9명이 되고 배 두척이 남는다. 배는 몇척이고 사람은 몇명인가?

7. 영남이의 1학기말 수학, 영어, 콤퓨터 세 과목의 평균성적은 4.5이고 여기에 국어과목을 포함한 평균성적은 4.25이다. 영남이의 국어성적은 몇점인가?

8. 동생은 집으로부터 2km 떨어진 학교를 향하여 1분에 70m의 속도로 걷고있다. 형은 그보다 10분 늦어서 1분에 120m의 속도로 뒤따라 가고있다. 형은 동생을 몇분후에 학교로부터 몇m 떨어진 위치에서 따라잡겠는가?

9. 2.6％의 소금물 12kg에서 물을 얼마나 증발시키면 20％의 소금물을 얻겠는가?

10. 3시와 4시사이에서 시계의 큰바늘과 작은바늘이 일치하는것은 3시 몇분인가?

11. 다음 □안에 알맞는 기호를 써넣어라.

 1) $B>0$, $-A>C$일 때 $-AB□BC$

 2) $A>0$, $B<C-D$일 때 $AB□A(C-D)$

 3) $A-6>2B+3$일 때 $2A□4B+18$

12. 남학생 18명과 녀학생 27명에 대하여 수학시험을 쳤다. 남학생 평균성적이 4.5일 때 전체 평균성적이 4.2이상이기 위하여서는 녀학생 평균성적이 몇점이상이여야 하는가?

복습문제

1. 다음 □안에 알맞는 말을 써넣어라.

   1) 한 식에서 □이 같은 마디들을 한또래마디라고 부른다.

   2) □가 들어있는 갈기식을 방정식이라고 부른다.

   방정식에 맞는 □을 그 방정식의 풀이라고 부른다.

   방정식의 □를 모두 구하는것을 방정식을 푼다고 말한다.

2. 다음것을 글자식으로 표시하여라.

   1) 련이어있는 세 옹근수가 있다. 가운데옹근수를 n이라고 할 때 나머지 옹근수

   2) 하나의 자리의 수자가 x, 열의 자리의 수자가 y인 두자리옹근수

   3) a%의 소금물 bg속에 들어있는 소금의 량

3. 다음 식을 계산하여라.

   1) $-2\frac{1}{3}\times\left(8\frac{2}{3}\div1\frac{4}{9}-3\frac{3}{8}+1\frac{5}{8}\right)-4\frac{5}{6}$

   2) $-3\frac{1}{14}+3\times\left(\frac{1}{15}-1\frac{1}{10}\div2\frac{1}{5}-\frac{3}{10}\right)\times2\frac{2}{15}$

4. 다음 식을 정돈하여라.

   1) $xy-2x-3y+2x+3y+6xy$　　2) $\frac{1}{3}x^2-\frac{1}{3}y+\frac{2}{3}x^2+\frac{1}{3}y-x^2$

   3) $2x^2(-5x)+x^2-3.15x+100x\cdot0.1x^2-1.8x+b$

   4) $3a^4-1\frac{1}{3}a^2-\frac{3}{1}a+1.5a\cdot\frac{1}{3}a-a-\frac{1}{2}a^2$

5. 다음 식의 값을 구하여라.

   1) $a=5$일 때 $a^2-2a+10-3a$　　2) $x=11$일 때 $10-2x-x^2-5x+3x^2$

   3) $x=3\frac{1}{5}$, $y=1\frac{1}{2}$일 때 $2\frac{1}{2}x-\left(1\frac{1}{5}x-\frac{3}{4}y\right)$

6. $\mathrm{A}=2a^2-3b^2-c^2$, $\mathrm{B}=a^2-b^2+c^2$, $\mathrm{C}=5a^2-2b^2-3c^2$일 때 다음 식을 계산하여라.

   1) A+B+C　　2) −A+B−C　　3) C−(A−B)

7. 다음 식을 계산하여라.

   1) $-2(3a-5b+c)+4(a-2b-2c)$

   2) $1.4(3m-n)+1.5(4m-5n)-4.2(m-2n)$

   3) $-x^3+7x^2+5x-1-(3-9x+5x^2)-(4x-1+8x^3)$

4) $-(-4a^2-2ab-0.3b^2)+\left(9ab-\frac{1}{5}a^2+\frac{1}{10}b^2\right)-(0.9a^2-1.2b^2)$

8. 갈기식 $ax+by+c=0$이 늘갈기식으로 되기 위하여서는 a, b, c가 어떤 수여야 하는가?

9. 갈기식 $ax+by+3=x+2y+c$가 늘갈기식으로 되기 위하여서는 a, b, c가 어떤 수여야 하는가?

10. 다음의 갈기식이 늘갈기식으로 되도록 여러마디식 $A(x)$, $B(y)$를 정하여라.

1) $A(x)-(x^2+2x+3)=x+2$　　2) $(3+5y-7y^2)+B(y)=3y^2$

11. 2km의 거리를 자전거선수는 a분동안에 달리고 먼거리달리기선수는 b분동안에 달린다. 두 선수가 같이 떠나서 1분동안에 자전거선수가 먼거리달리기선수보다 몇m 앞서겠는가를 구하는 식을 만들어라.

12. 다음 글을 표시하는 식을 써라.

1) 한시간에 bm의 속도로 달려 3시간 15분 달린 거리가 am이다.

2) 4%의 소금물 ag과 8%의 소금물 bg을 섞어 7%의 소금물을 얻었다.

3) y의 절반은 x의 3배와 8의 합보다 크다.

13. 학생들을 긴 의자 x개에 앉히는데 한 의자에 6명씩 앉게 하면 5명이 남고 한 의자에 7명씩 앉게 하면 3명이 앉을 자리가 모자란다. 학생수를 두가지방법으로 표시하고 갈기식을 만들어라.

14. 다음 표는 1부터 차례로 배렬되여있는 자연수의 표이다. 여기서 4각형안에 있는 네 자연수의 합이 84이다. 이와 같은 크기의 4각형안에 있는 네 수의 합이 148로 되는 네 자연수를 구하여라.

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	32	33	34	35
36	37	38	39	40	41	42
43	44	…	…	…		

15. 다음 방정식을 풀어라.

1) $2(x+3)-3(8-5x)=4x+5$　　2) $2[(x+3)-2(x+1)]-5=0$

3) $\frac{4}{15}x-4=\frac{2}{3}x-3+\frac{1}{5}(4-x)$　　4) $\frac{1}{2}(x-1)-\frac{1}{5}(x+2)=\frac{1}{3}x-1$

5) $\frac{2x-5}{6}+\frac{x+2}{4}=\frac{5-2x}{3}-\frac{6-7x}{4}-x$

6) $\frac{1}{2}\left[x-\frac{1}{4}x+\frac{1}{10}\left(\frac{1}{2}x-\frac{1}{13}x\right)\right]=53$

7) $1-1\frac{1}{2}y+3\frac{2}{5}y=1\frac{1}{3}y-2\frac{7}{15}y+\frac{1}{2}$

16. 다음 □안에 알맞는 조건을 써넣어라. 방정식 $(m+1)x=a(a\neq 0)$가 풀이를 가지려면 m이 □이여야 한다.

17. 두 수 a, b가운데서 큰 수를 $\overline{a,\ b}$, 작은 수를 $\underline{a,\ b}$로 표시할 때 다음 방정식을 풀어라.

1) $\overline{x,\ 2}+5=\underline{10,\ 9}$　　　　2) $\underline{x,\ 2x}+\overline{10,\ -10}=0$

18. $2n-1$을 a_n으로 표시하자. a_p와 a_q가 다 홀수이면 $a_p\times a_q=a_r$도 홀수로 되는데 이것을 $p◎q=r$로 표시할 때 다음 방정식을 풀어라.

1) $a_{10}=x$　　2) $a_x=55$　　3) $a_7\cdot a_{11}=a_x$　　4) $10◎15=x$

19. 두자리수가 있는데 그것의 하나의 자리의 수자는 7이고 하나의 자리의 수자와 열의 자리의 수자를 바꾸어쓴 수는 처음 수보다 45 크다. 두자리수를 구하여라.

20. 강물이 한시간에 2km의 속도로 흐르고 강의 한쪽기슭에 두 도시 A, B가 있다. 흐르지 않는 물에서 배는 한시간에 10km의 속도로 달린다. 배가 A에서 B까지 갔다오는데 5시간 걸렸다. 도시 A, B사이의 거리를 구하여라.

21. 학교의 실습포전에서 8 800kg의 남새를 거두었다. 그런데 배추는 파의 5배를 거두었고 무우는 파보다 120kg을 더 거두었다. 배추, 파, 무우를 각각 얼마씩 거두었겠는가?

22. 다음 □안에 알맞는 기호를 써넣어라.

1) $-\frac{y}{3}<1 \Rightarrow y□-3$　　　　2) $-10x\geq 20 \Rightarrow x□-2$

23. 다음 안갈기식을 풀어라.

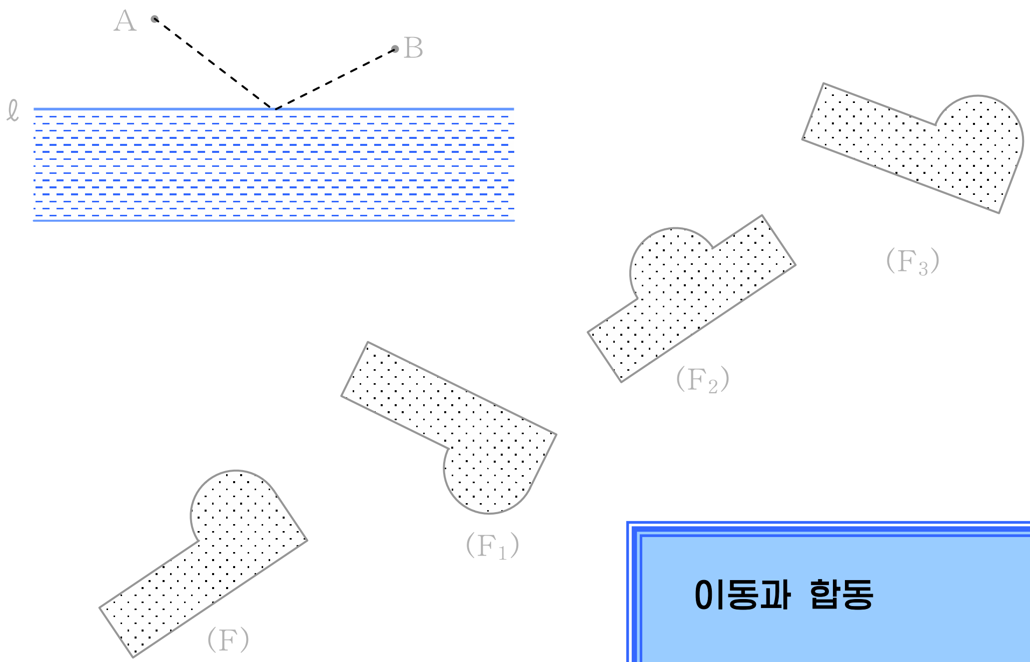
1) $\frac{37-2x}{3}+8<\frac{3x-8}{4}-x-1$　　　　2) $\frac{3x-1}{5}-\frac{13-x}{2}<\frac{7}{3}x-\frac{11(x+3)}{6}$

3) $\frac{x-3}{4}-\frac{2x-5}{6}\leq\frac{40}{60}+\frac{3x-3}{5}-\frac{5x+6}{15}$

24. 소금물 1kg속에 소금 35g이 녹아있는 소금물 2kg이 있다. 여기에서 몇g이상의 물을 증발시켜야 4%이상의 소금물을 얻을수 있겠는가?

25. 방정식, 안갈기식으로 풀리는 응용문제를 각각 1개씩 만들고 풀어라.

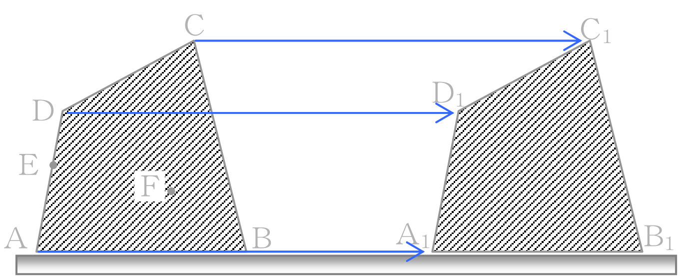
제6장. 도형의 이동



이동과 합동

평행이동과 회전이동

축대칭이동



제1절. 이동과 합동

1. 도형의 이동

해보기 1. 책상우에서 모형(도형)을 그림 6—1과 같이 갈라놓았다. 이때 모형(도형) F를 책상우에서 밀어옮기기와 돌리기를 하여 모형(도형) F_1에 꼭맞게 겹쳐지게 하여라.

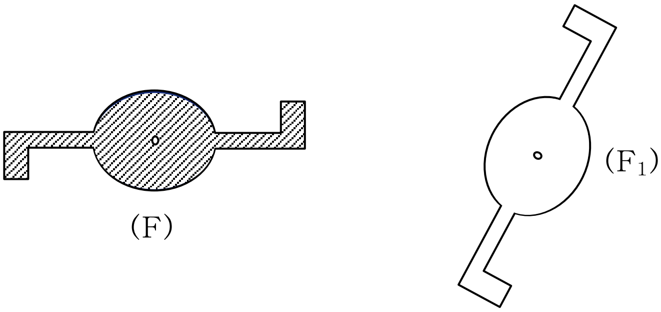


그림 6—1

2. 웃면이 흰색, 뒤면이 파란색인 도형 F가 종이우에 놓여있다. 그림 6—2와 같이 종이를 접어서 다른쪽으로 넘겨옮기고 종이를 다시 펴놓자. 이때 도형 F의 웃면의 색이 흰색이겠는가?

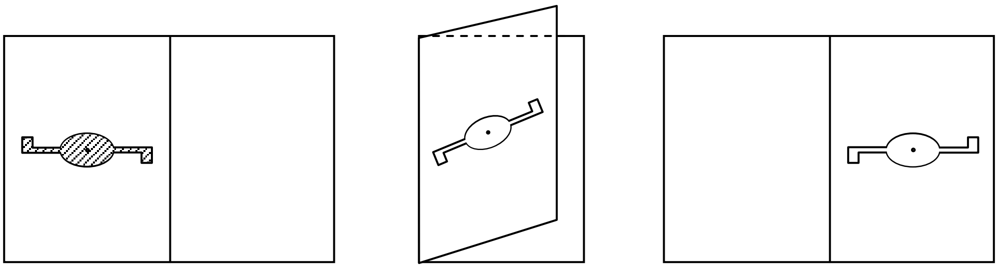


그림 6—2

그림 6—1의 도형 F를 옮겨서 도형 F_1에 꼭맞게 겹치게 하는 방법은 여러가지가 있을수 있다.

우선 다음과 같이 간단히 할수도 있다. 즉 처음에 밀어옮기고 다음에 돌린다.(그림 6—3)

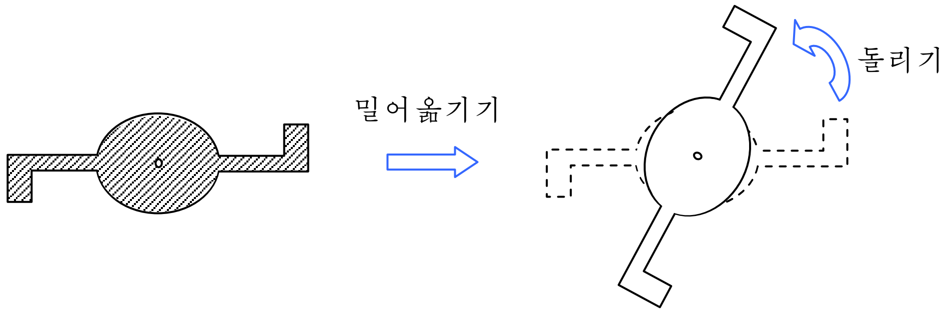


그림 6−3

그러나 그림 6−4와 같은 도형 F는 밀어옮기기와 돌리기만 해서는 F_1에 꼭맞게 겹쳐놓을수 없다.

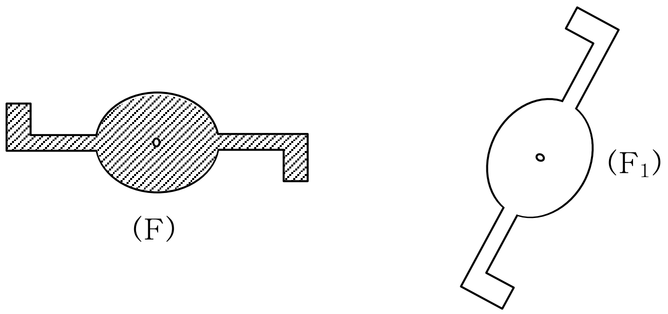


그림 6−4

이때에는 그림 6−5와 같이 모형 F를 한번 뒤집은 다음에 밀어옮기기와 돌리기를 해서 모형 F_1에 꼭맞게 겹치게 할수 있다.

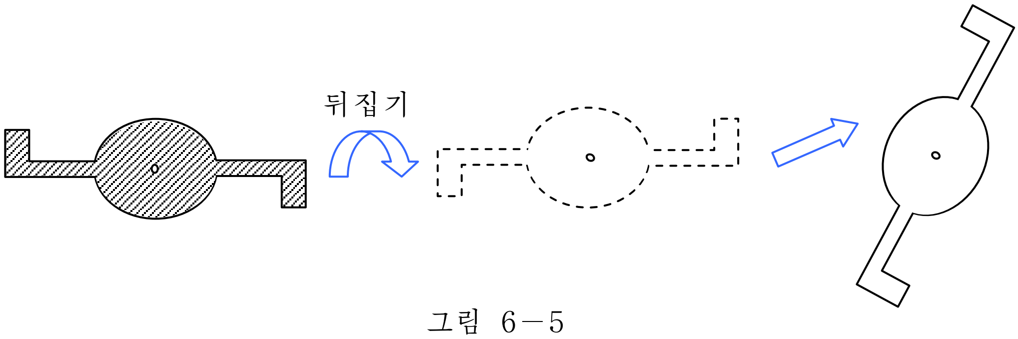


그림 6−5

도형의 접어넘기기에서 도형은 뒤집어진다.

꼭같은 도형 F와 F_1를 책상우에 아무렇게나 갈라놓아도 다음과 같은 옮기기를 잘 쓰면 늘 도형 F를 F_1에 꼭맞게 겹쳐놓을수 있다.

ㄱ) 밀어옮기기
ㄴ) 돌리기
ㄷ) 접어넘기기

앞으로 수학에서는 밀어옮기기, 돌리기, 접어넘기기를 다음과 같이 부르기로 한다.

밀어옮기기 ⇒ 평행이동
돌리기 ⇒ 회전이동
접어넘기기 ⇒ 축대칭이동

문 제

1. 그림 6−6에서 도형 F와 F_1은 모양과 크기가 꼭같다. 평행이동, 회전이동, 축대칭이동을 어떻게 쓰면 도형 F를 F_1에 꼭맞게 겹칠수 있겠는가?

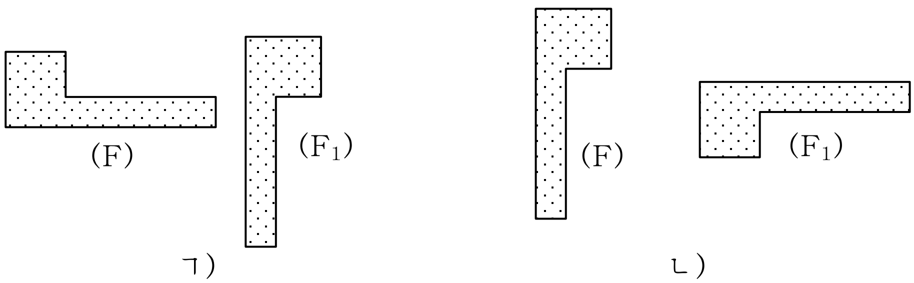


그림 6−6

2. 그림 6−7을 보고 □안에 알맞는 도형을 말하여라.

《도형 F를 옮겨 도형 □에 꼭맞게 겹쳐놓을수 있다.》

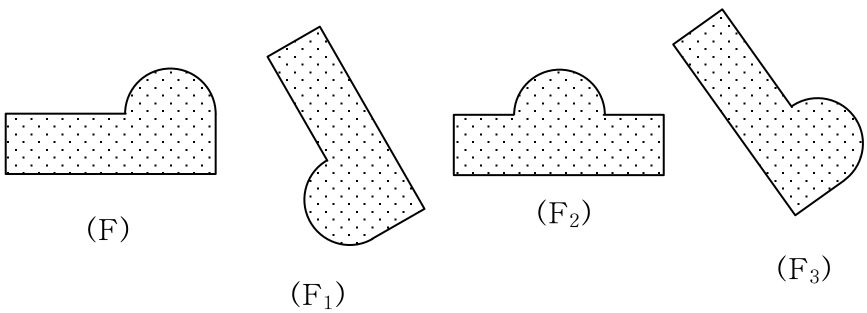


그림 6−7

2. 합동인 도형

그림 6－8의 두 그림은 모양과 크기가 다 같으면 그 하나를 옮겨 다른것에 꼭맞게 겹쳐놓을수 있다.

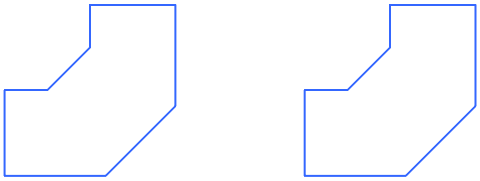


그림 6－8

한 도형을 옮겨 다른 도형에 꼭맞게 겹치게 할수 있을 때 그 두 도형을 **합동**이라고 부른다. 두 도형 F와 F_1이 서로 합동이라는것을

$$F \equiv F_1$$

과 같이 표시한다.

알아보기 그림 6－9에서 $F \equiv F_1$이다. 이 도형을 꼭맞게 겹쳐놓을 때 도형 F의 점 A는 도형 F_1의 어느 점과 겹쳐지겠는가?

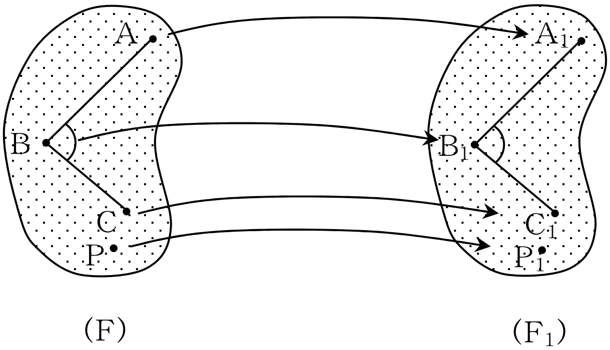


그림 6－9

합동인 두 도형 F와 F_1에서 두 도형을 꼭맞게 겹쳐놓을 때 서로 겹치게 되는 두 점을 서로 **대응하는 점**이라고 부른다.

례 그림 6－9에서 $F \equiv F_1$이므로

$A \leftrightarrow A_1$

$B \leftrightarrow B_1$

$AB \leftrightarrow A_1B_1$

$\angle B \leftrightarrow \angle B_1$

합동인 두 도형에서 대응하는 선분, 대응하는 각은 각각 서로 같다.

문 제

그림 6－10의 ㄱ)과 ㄴ)은 꼭같은 채눈종이에 두 도형 OACB와 O_1EGD를 그린것이다. 이때 다음의 빈칸에 알맞는 글자를 써넣어라.

1) 점 A에 점 □가 대응한다.

2) 두 점 P와 □는 서로 대응하는 점이다.

3) 두 각 ∠C와 □는 서로 대응한다.

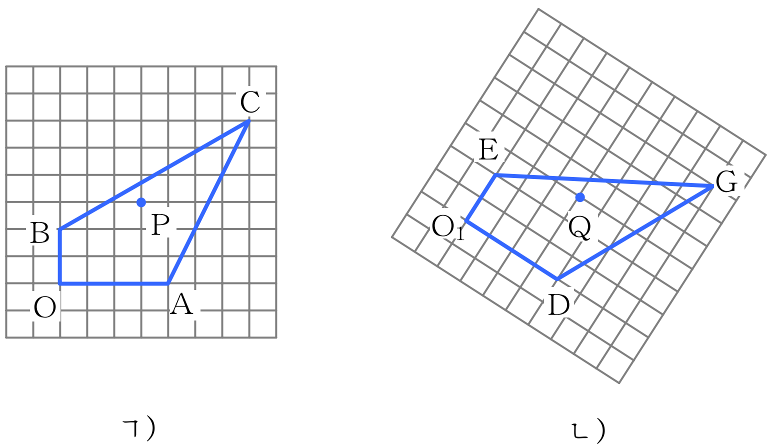


그림 6－10

련습문제

1. 선분 AB의 길이와 같은 선분 A_1B_1을 그림 6－11과 같이 여러가지 자리에 그려놓아라. 다음에 AB가 A_1B_1로 넘어가게 줄친쪽에 도형 ABCD를 옮긴 도형 $A_1B_1C_1D_1$을 그려라.



그림 6-11

2. 합동인 두 도형 F, F_1이 있다.(그림 6-12)

여기서 $A \to A_1$, $B \to B_1$, $C \to C_1$, $D \to D_1$

도형 F의 점 E에 대응하는 점 E_1을 도형 F_1에서 구하여라.

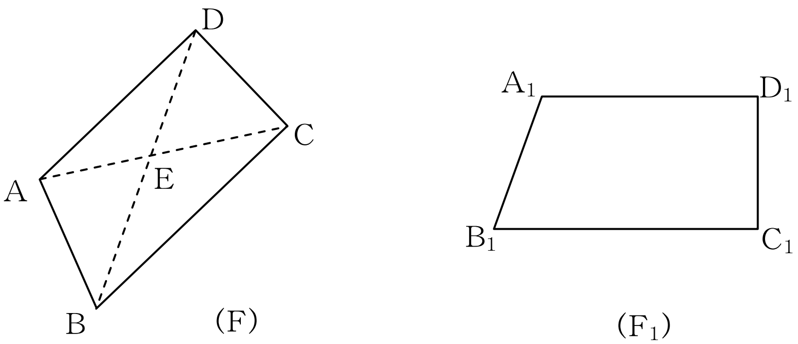


그림 6-12

제2절. 평행이동과 회전이동

1. 평행이동

찾기 그림 6-13에서 도형 $A_1B_1C_1D_1$은 도형 ABCD를 화살 AA_1의 방향으로 선분 AA_1의 길이만큼 평행이동한것이다.

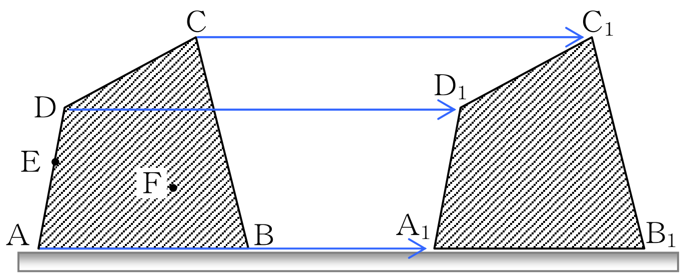


그림 6-13

이 평행이동에서 점 E와 F는 각각 어떤 점으로 넘어가는가? 그 점들을 눈짐작으로 그림에 찍어보아라. $DC // D_1C_1$이라고 말할수 있는가?

평행이동에서 도형의 모든 점은 같은 방향으로 같은 길이만큼 옮겨간다.

평행이동에서 선분은 그에 평행이며 그와 길이가 같은 선분으로 넘어간다.

례 1 점 P를 화살 a의 방향으로 선분 a의 길이만큼 평행이동한 점 P_1을 구하여라.

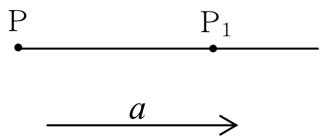


그림 6-14

그리기

① 점 P로부터 화살 a에 평행되게 같은 방향으로 반직선을 긋는다.

② 이 반직선에 $PP_1 = a$ 되게 점 P_1을 찍는다.

례 2 3각형 ABC를 AA_1방향으로 AA_1만큼 평행이동하여라.(그림 6-15)

그리기

① 점 B와 C로부터 직선 AA_1에 평행인 반직선들을 긋는다.

② 그 반직선들에 점 B와 C로부터 선분 AA_1의 길이와 같게 끊어놓는다.

③ 얻은 점들을 차례로 맺는다.

($AB // A_1B_1$, $AC // A_1C_1$로 되는가 따져보아라.)

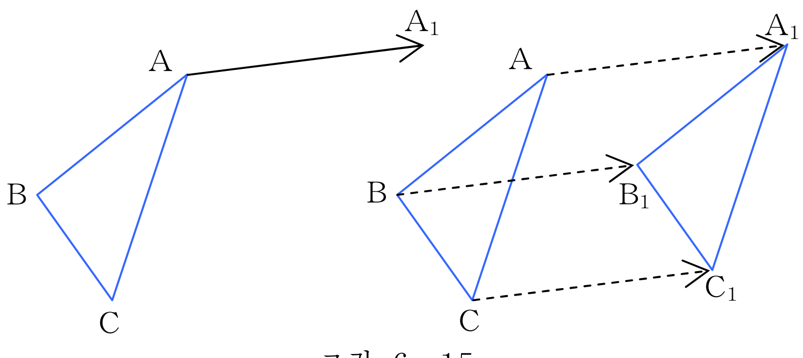


그림 6-15

문 제

1. 그림 6－16의 도형들을 화살 a의 방향으로 그 길이만큼 평행이동하여라.

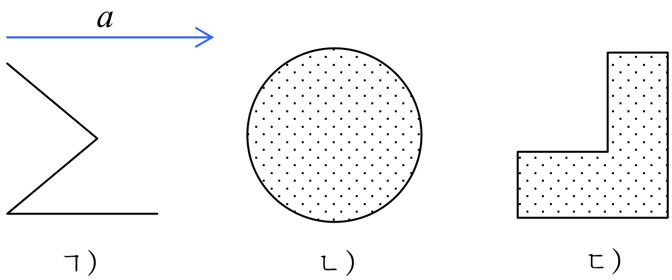


그림 6－16

2. 그림 6－17과 같은 3각형을 하나 그리고 그것을 화살 a, b, c와 같은 방향으로 그 길이만큼 평행이동하여라.

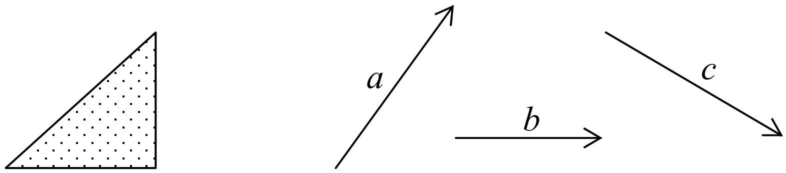


그림 6－17

2. 회전이동

찾기 그림 6－18의 회전이동에서 점 D와 E는 어떤 점으로 넘어가는가? 그 점들을 찍어보아라.

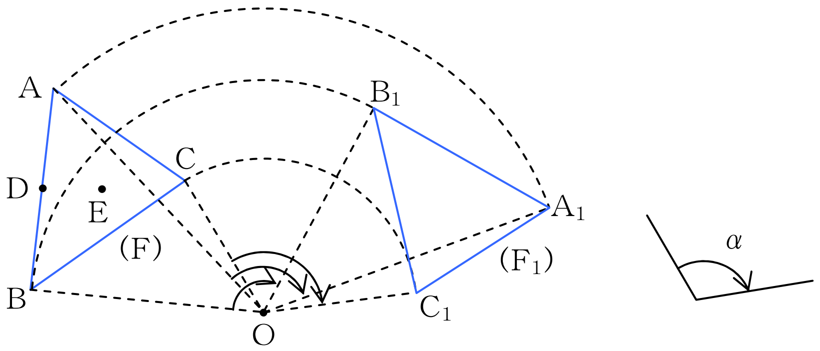


그림 6－18

회전이동에서 도형의 모든 점은 정해놓은 점을 중심으로 하여 정해진 각만큼 옮겨간다. 선분은 길이가 같은 선분으로 옮겨간다.

여기서 정해놓은 점을 **회전중심**, 정해진 각을 **회전각**이라고 부른다.

도형을 회전이동하려면 회전중심과 회전각을 알아야 한다.

도형을 회전이동할 때 도형의 점들은 모두 회전중심을 중심으로 하는 원둘레들을 따라 같은 각만큼 옮겨진다.

례 회전중심 O와 회전각 α가 주어졌다. 점 P를 회전이동한 점 P_1을 구하여라.(그림 6-19)

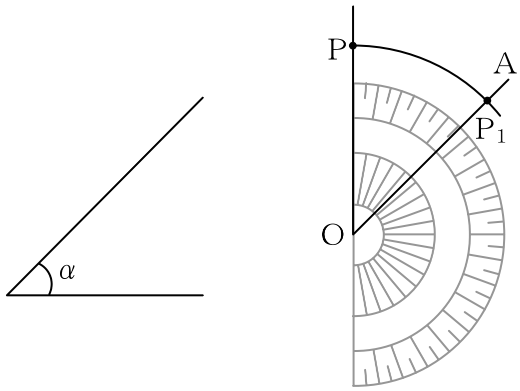


그림 6-19

그리기

① 반직선 OP를 각 α만큼 회전이동한 반직선 OA를 긋는다.

② 중심 O, 반경 OP인 원둘레를 그리고 반직선 OA와 사귀는 점을 P_1이라고 한다.

문 제

그림 6-20과 같은 도형들을 시계바늘이 돌아가는 방향으로 40°만큼, 반대방향으로 60°만큼 점 O를 중심으로 회전이동하여라.

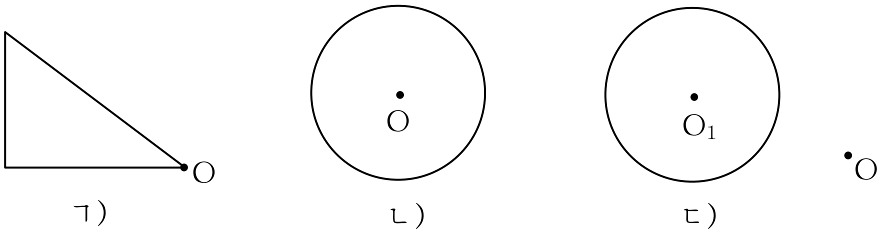


그림 6−20

탐구

> 회전이동에서 선분은 그에 평행인 선분으로 넘어가는가?
> 회전각이 몇도이면 평행인 선분으로 넘어가는가?

그림 6−21에서 도형 F_1은 도형 F를 점 O를 중심으로 하고 180°만큼 회전이동한것이다. 이때 한쌍의 대응점 A, A_1과 점 O는 한직선에 놓이며 $OA=OA_1$이다.

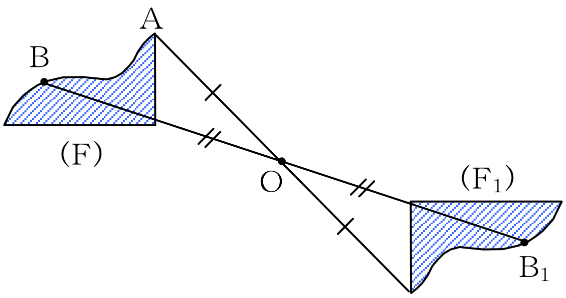


그림 6−21

> 회전각이 180°인 회전이동을 **점대칭이동**이라고 부른다.
> 이때 회전중심을 **대칭중심**이라고 부른다.

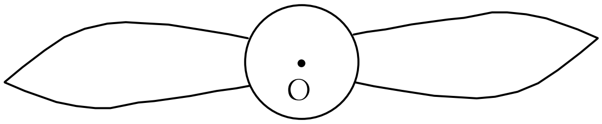
점대칭이동에서 대칭중심은 서로 대응하는 두 점을 맺는 선분의 가운데점으로 된다.

그림 6−21에서 도형 F와 F_1은 점 O에 관하여 서로 **점대칭**이라고도 말한다.

서로 점대칭인 두 도형 F와 F_1은 합동이다. 즉

$$F \equiv F_1$$

그림 6—22에서 점 O를 대칭중심으로 하여 도형 F를 점대칭이동하면 자기자체와 꼭맞는다.



(F)

그림 6—22

> 도형 F가 점 O를 중심으로 하는 점대칭이동에서 자기자체와 꼭맞게 겹쳐지면 도형 F를 **점대칭도형**이라고 부른다. 이때 점 O를 도형 F의 **대칭중심**이라고 부른다.

문 제

1. 다음 글자가운데서 점대칭도형은 어느것인가? 또 그 대칭중심을 찍어라.

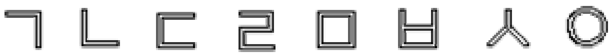


그림 6—23

2. 그림 6—24에서 AC, BD는 반직선이고 ∠A=∠B이다.
   1) 이 도형은 선분 AB의 가운데점 O를 대칭중심으로 하는 점대칭도형이겠는가?
   2) 반직선 AC에 한 점 P가 있을 때 이 점의 대응점 P_1을 구하여라.

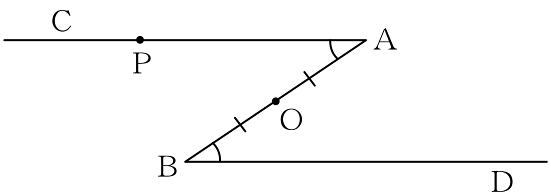


그림 6—24

련습문제

1. 도형 F와 화살 a, b가 주어졌다.(그림 6—25)
   1) 도형 F를 처음에 화살 a의 방향으로 그 길이만큼 평행이동한 도형 F_1을

그리고 다음에 도형 F_1을 화살 b의 방향으로 그 길이만큼 평행이동한 도형 F_2를 그려라.

2) 도형 F를 직접 도형 F_2로 평행이동할수 있겠는가?

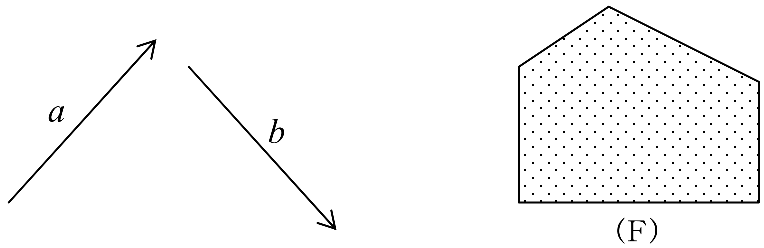


그림 6-25

2. 도형 F와 점 O가 주어졌다.(그림 6-26)

1) 점 O를 중심으로 하여 도형 F를 처음에 시계바늘이 돌아가는 방향으로 30°만큼 회전이동한 도형 F_1을 그리고 다시 반대방향으로 90°만큼 회전이동한 도형 F_2를 그려라.

2) 점 O를 중심으로 하여 도형 F를 직접 도형 F_2로 회전이동할수 있겠는가?

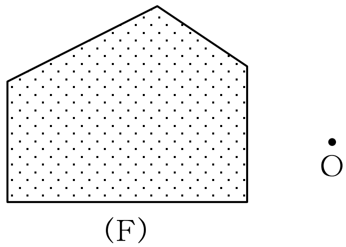


그림 6-26

3. 합동인 두 도형 F, F_1이 있다.(그림 6-27)

1) 회전이동을 한번하여 도형 F를 F_1로 넘길수 있겠는가? 어느 점을 중심으로 하여 얼마만큼 회전이동하면 되겠는가?

2) 도형 F를 처음에 점 A를 중심으로 하여 얼마만큼 회전이동한 다음 평행이동하여 F_1로 넘기려면 그 회전각을 얼마로 해야 하겠는가? 그리고 그 평행이동은 어떤 방향으로 얼마만큼 해야 하는가?

3) 도형 F를 처음에 평행이동하고 다음 회전이동하여 도형 F_1로 넘길수 있겠는가? 어떻게 하면 되겠는가?

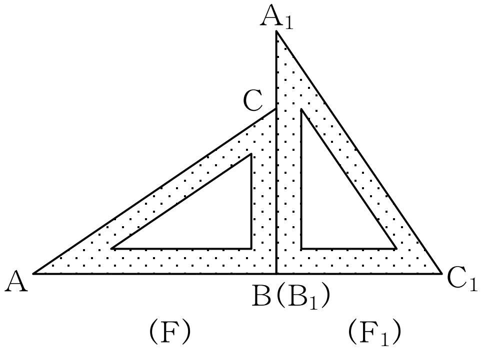


그림 6-27

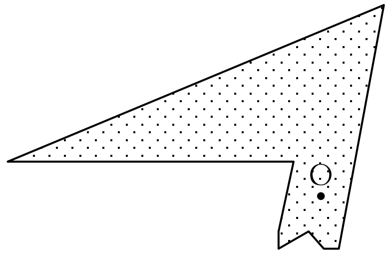


그림 6-28

4. 그림 6－28은 점 O를 대칭중심으로 하는 어떤 점대칭도형의 일부분을 그린것이다. 이와 같은 그림을 그리고 다음에 그 점대칭도형을 완전히 그려라.

제3절. 축대칭이동

1. 축대칭이동

알아보기 종이에 도형 F와 직선 ℓ이 그려져있다.(그림 6－29)

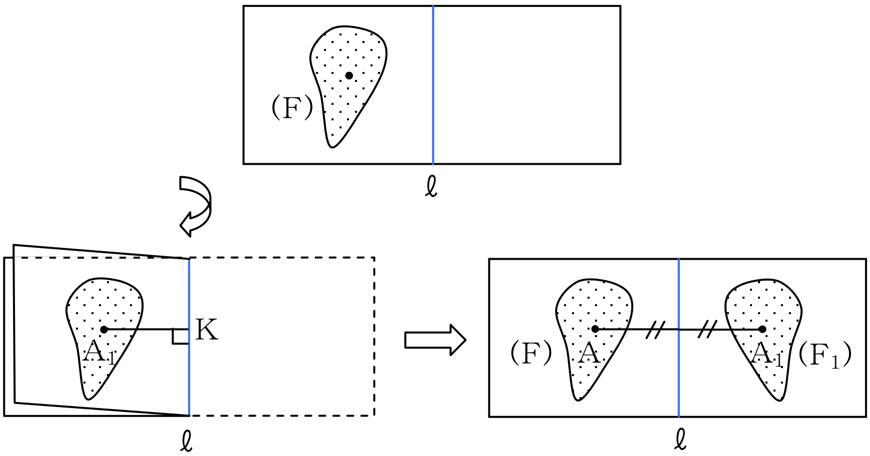


그림 6－29

직선 ℓ을 따라 종이를 접고 도형 F와 꼭맞게 도형 F_1을 그린다. 다음에 종이를 다시 펴보자.
도형 F와 F_1에서 종이를 펴기 전에 서로 겹쳐있던 한쌍의 점을 A와 A_1이라고 하면 AK와 A_1K의 크기(K는 직선 AA_1과 ℓ과의 사귐점), AA_1과 ℓ의 관계를 알아보아라. 왜 그런가?

두 점 A, A_1을 맺는 선분 AA_1이 직선 ℓ에 의하여 수직으로 2등분될 때 두 점 A, A_1은 직선 ℓ에 관하여 서로 **대칭**이라고 말하며 직선 ℓ을 **대칭축**이라고 부른다.

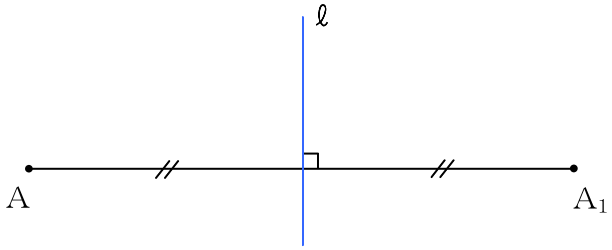


그림 6－30

> 도형의 축대칭이동은 도형의 모든 점을 한 직선 ℓ에 관한 그것의 대칭점으로 옮기는 이동이다.

도형 F를 축대칭이동하여 얻은 도형을 F_1이라고 할 때 도형 F와 F_1은 직선 ℓ에 관하여 서로 대칭이라고 말한다. 서로 축대칭인 두 도형 F와 F_1은 합동이다. 즉

$$F \equiv F_1$$

례 그림 6－31에 주어진 3각형 ABC를 직선 ℓ에 관하여 축대칭이동하여라.

그리기

① 정점들로부터 대칭축 ℓ에 수직선들을 긋는다.

② 매 정점들로부터 대칭축까지의 거리가 같게 그 수직선들에서 대응점들을 옮겨찍는다.

③ 점들을 차례로 맺는다.

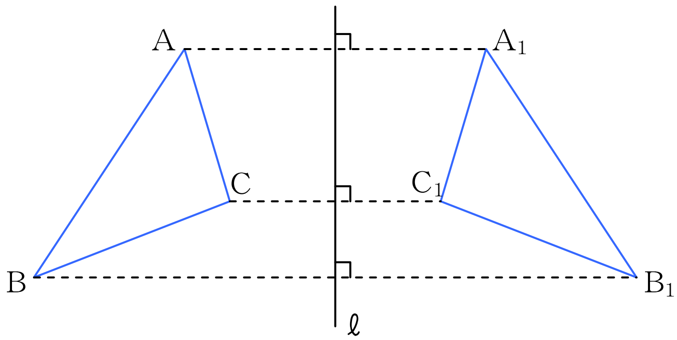


그림 6－31

문 제

1. 그림 6－32에서 직선 ℓ에 관한 점 A의 대칭점을 구하여라.

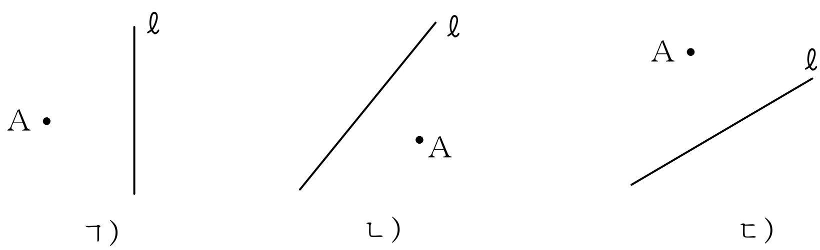


그림 6－32

2. 그림 6－33에서 직선 ℓ을 대칭축으로 하여 도형을 축대칭이동하여라.

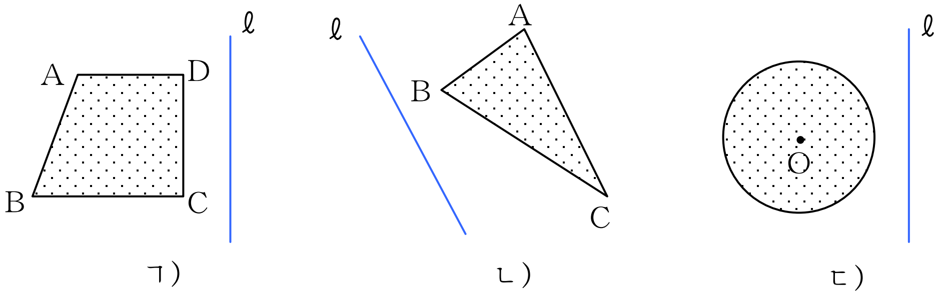


그림 6－33

2. 축대칭도형

알아보기 그림 6－34는 직선 ℓ을 대칭축으로 하여 축대칭이동할 때 자기자체로 꼭맞게 겹쳐지겠는가?

축대칭이동에 의하여 자기자체와 꼭맞게 겹쳐지는 도형을 **축대칭도형**이라고 부르며 이때 대칭축을 **도형의 대칭축**이라고 부른다.

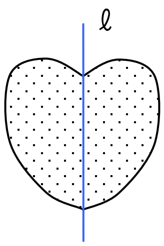


그림 6－34

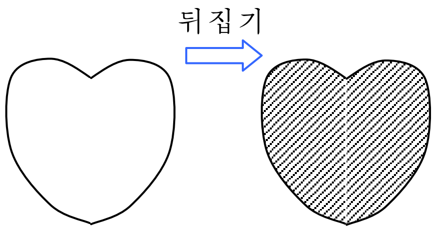


그림 6－35

탐구

그림 6－35에서와 같이 어떤 도형을 한번 뒤집어 옮겼다가 다시 그것을 뒤집지 않고 처음자리에 꼭맞게 겹쳐놓을수 있다면 그 도형은 축대칭도형이겠는가?

문 제

1. 그림 6—36에서 축대칭도형을 갈라내고 대칭축을 찾아라.

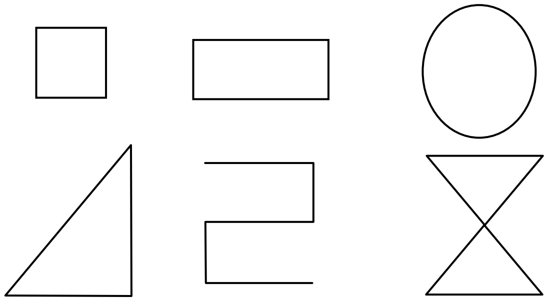


그림 6—36

2. 그림 6—37에서 A와 B는 한쌍씩 서로 합동이다. 이가운데서 도형 A와 B가 평행이동과 회전이동만으로 꼭맞게 겹쳐지는것을 갈라내여라.

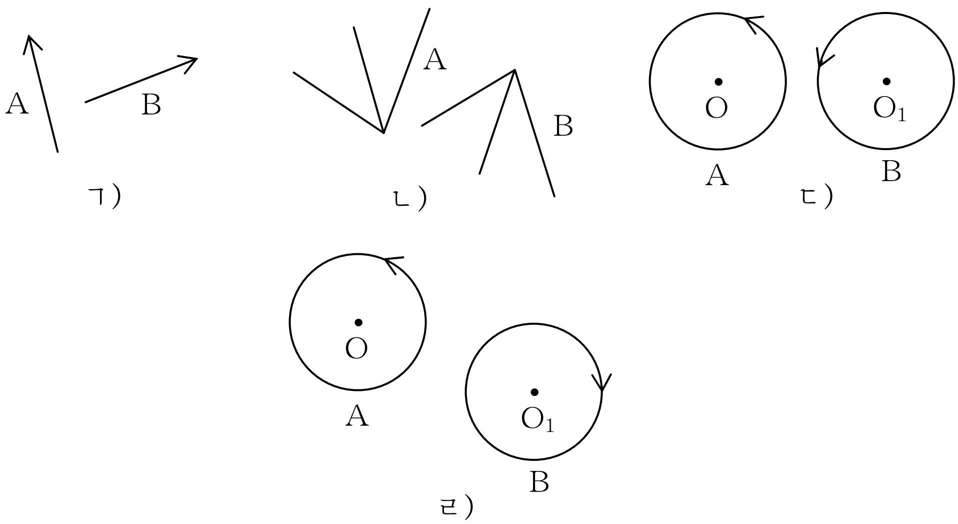


그림 6—37

3. 지점 A에서 자동차가 떠나 강기슭 ℓ에서 물을 싣고 지점 B까지 가야 한다. 기슭 ℓ의 어느 지점에서 물을 실어야 가는 길이 가장 짧겠는가?

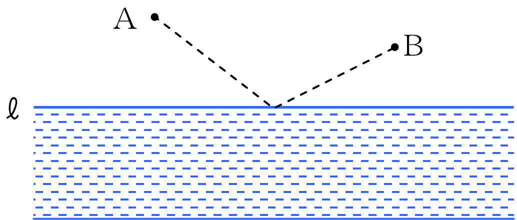


그림 6—38

상식

우리 나라 수학자 리규경

18세기의 우리 나라 수학자 리규경은 수학의 발전력사를 개괄한 책 《수학의 시원》을 썼다. 그리고 1788년에는 중국말로 된 책 《기하학원본》을 우리 나라 말로 번역하였다.

이 책은 후에 일본에로 전파되였다고 한다.

《기하학원본》은 B.C.3세기에 유클리드가 쓴 전 13권으로 된 책으로서 수학사의 《7대명작》중의 하나이다.

련습문제

1. 3각형 ABC에서 AB=AC, ∠C=45°이다. ∠BAC=3∠BAD인 점 D를 BC에 정한다. 점 C의 AD에 관한 대칭점을 E라고 할 때 ∠BCE의 크기를 정하여라.
2. ∠B=80°, ∠C=60°, AB+AC+BC=ℓ을 알고 3각형 ABC를 그려라.
3. 두 점 A, B와 직선 MN이 주어졌다. 점 A, B를 각각 지나는 두 직선을 긋되 이 두 직선이 이루는 각이 MN에 의하여 2등분되게 하여라.(그림 6-39)
4. 뾰족각안에 한 점 M이 있다. 3각형을 그리되 두 정점은 각각 주어진 변에 있고 다른 한 정점은 점 M에 있도록 하면서 그 둘레의 길이가 제일 짧게 하여라.

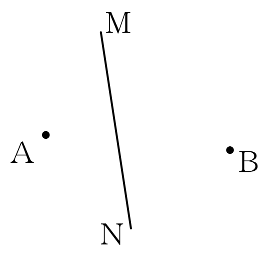


그림 6-39

복습문제

1. 화살 a의 방향으로 그 길이만큼 도형 F를 평행이동하여라.(그림 6-40) 그리고 도형의 한 점 E의 대응점을 찍어라.
2. 점 B를 중심으로 하여 시계바늘이 돌아가는 방향으로 60°만큼 도형 F를 회전이동하여라.(그림 6-40) 그리고 점 E의 대응점을 찍어라.

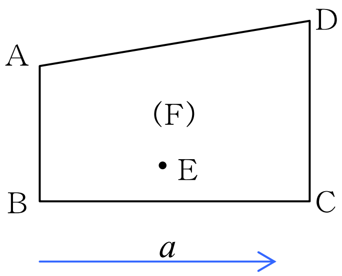


그림 6－40

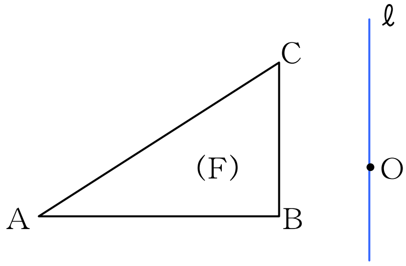


그림 6－41

3. 직선 ℓ 에 한 점 O가 있다.(그림 6－41) 도형 F를 직선 ℓ 에 관하여 축대칭이동한 도형 F_1과 점 O에 관하여 점대칭이동한 도형 F_2를 그려라.

4. 그림 6－42에 합동인 3각형이 16개 있다.

1) ①과 축대칭인 3각형을 찾아라.

2) ①과 점대칭인 3각형을 찾아라.

3) ②를 평행이동하여 얻을수 있는 3각형을 찾아라.

4) ⑦을 회전이동하여 얻을수 있는 3각형을 찾아라.

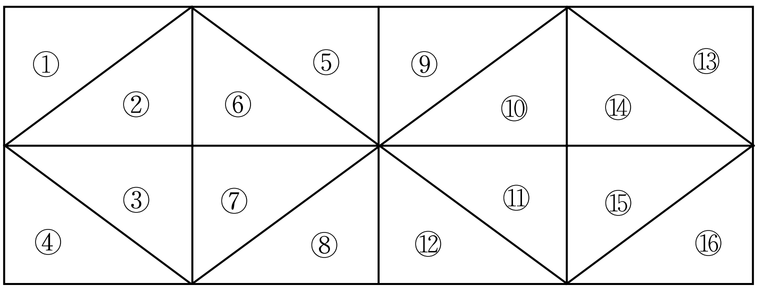


그림 6－42

5. 그림 6－43과 같이 합동인 두 3각형이 있다. 어떤 이동들에 의하여 하나를 다른것에 겹쳐놓을수 있겠는가?

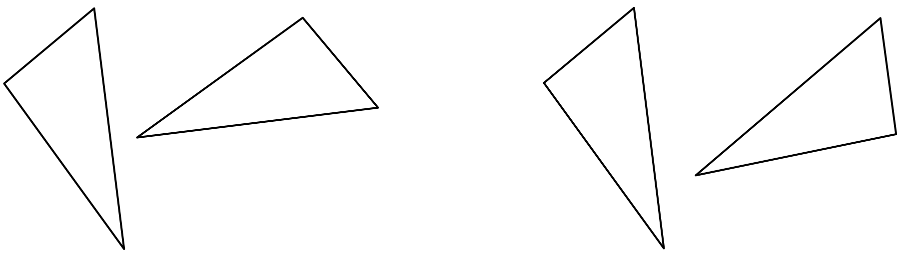
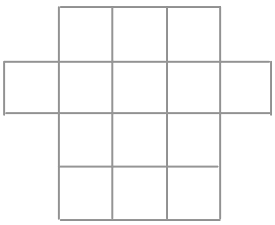
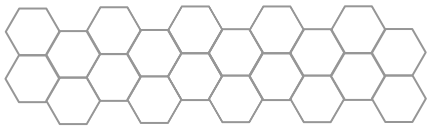

ㄱ)　　ㄴ)

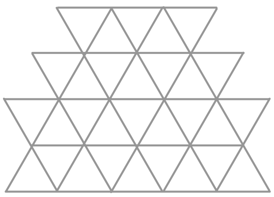
그림 6－43

6. 바른3각형 ABC의 변 AC와 BC를 변으로 하는 바른3각형 ACE와 BCD를 3각형 ABC의 바깥쪽에 그릴 때 BE와 AD사이의 각은 얼마인가?
7. 사귀는 두 직선과 그밖에 한 점이 주어졌다. 3각형을 그리되 한 정점은 주어진 점에 놓이고 주어진 직선들은 그 3각형의 아낙각 또는 바깥각의 2등분선이 되게 하여라.
8. 직선 XY의 한쪽에 두 원 O, O_1이 있다. 직선 XY에 점 A를, 두 원 O, O_1의 둘레에 각각 점 B, C를 정하되 AB+AC가 최소로 되게 하여라.

제7장. 3각형

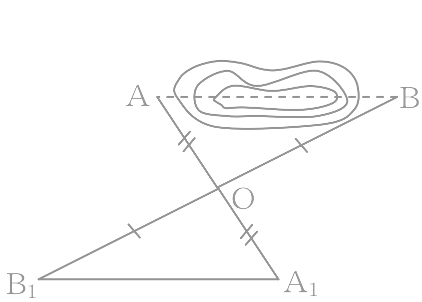


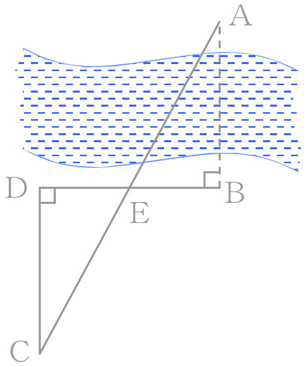




다각형

3각형

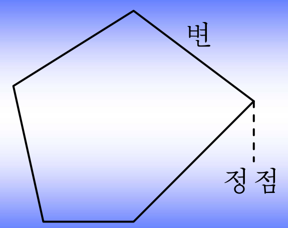




제1절. 다각형

1. 다각형

다문절선과 그 아낙으로 된 평면부분을 **다각형**이라고 부른다. 다각형을 이루는 매 선분들을 **다각형의 변**, 변들이 잇닿아있는 점들을 **다각형의 정점**이라고 부른다.



다각형의 아무런 두 점을 맺는 선분도 그 다각형에 들어있을 때 그런 다각형을 **볼록다각형**, 그렇지 않은 다각형을 **오목다각형**이라고 부른다.(그림 7－1)

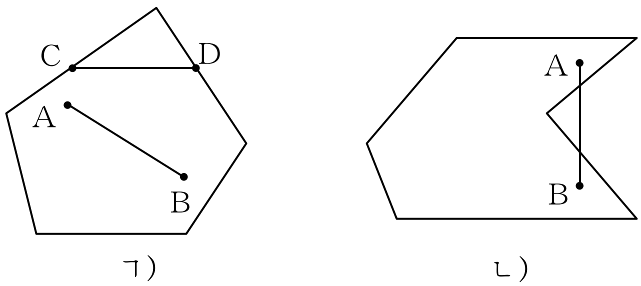


그림 7－1

앞으로 다각형이라고 하면 볼록다각형을 생각한다.

다각형은 적어도 세개의 변을 가지며 변의 개수에 따라서 3각형, 4각형, 5각형, …, n각형으로 갈라본다.

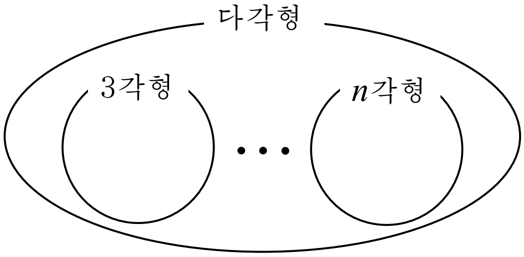
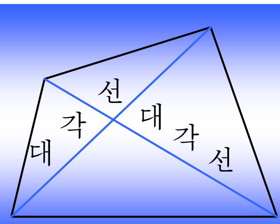


그림 7－2

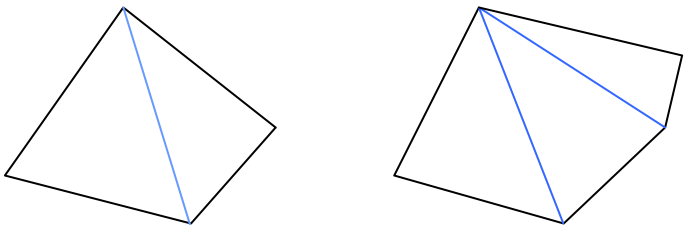
해보기 4각형에서 한 변에 놓이지 않는 두 정점을 맺는 선분들을 그어보아라. 또 3각형에서도 그렇게 할수 있는가? 5각형에서는?

다각형에서 한 변에 놓이지 않는 두 정점을 맺는 선분을 **대각선**이라고 부른다.



례 1 4각형에는 한 정점에서 나가는 대각선이 하나 있고 이 대각선에 의해서 4각형은 두개의 3각형으로 나누어진다.(그림 7－3의 ㄱ))

례 2 5각형에는 한 정점에서 나가는 대각선이 두개 있고 이 대각선들에 의해서 5각형은 세개의 3각형으로 나누어진다.(그림 7－3의 ㄴ))



ㄱ) ㄴ)

그림 7－3

탐구

볼록다각형과 오목다각형을 가르는 다른 방법을 생각해보아라.

문 제

1. 다음 글에서 잘못된것이 있으면 바로잡아라.

《다문절선을 다각형이라고 부른다.》

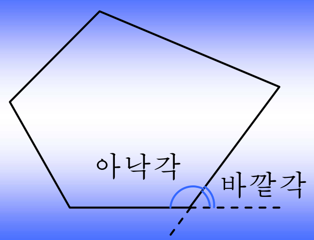
《다각형의 두 정점을 맺는 선분을 대각선이라고 부른다.》

2. 다음 표의 빈자리에 알맞는 수를 써넣어라.

다각형	4각형	5각형	6각형	7각형	8각형
정점의 수					
변의 수					
한 정점에서 나가는 대각선의 수					
한 정점에서 나가는 대각선들에 의하여 생기는 3각형의 수					
대각선의 수					

2. 다각형의 아낙각의 합

두 변이 이루는 각들가운데서 다각형의 아낙에 있는것을 **다각형의 아낙각**이라고 부르며 아낙각의 곁에 붙어있는 결보탬각을 **바깥각**이라고 부른다.



알아보기 그림 7−4와 같이 3각형 ABC에서 AB//CE 되게 반직선 CE를 그었다. 그러면 ∠ACE=∠A, ∠B=∠ECD인가?
△ABC의 아낙각의 합은?

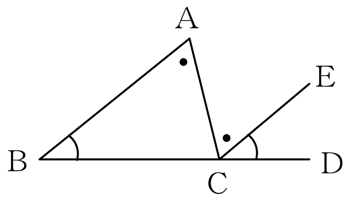


그림 7−4

3각형에서 한 바깥각은 그곁에 있지 않는 두 아낙각의 합과 같다.

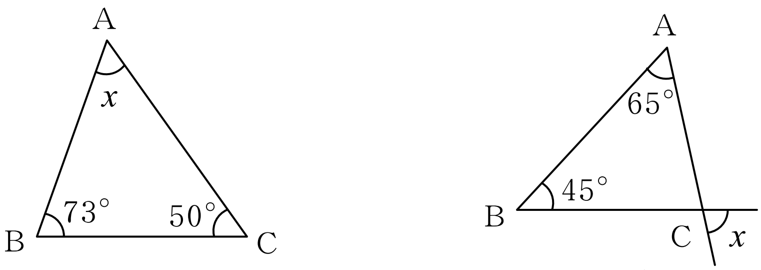
3각형의 세 아낙각의 합은 180°이다.

4각형은 한 정점에서 나가는 대각선에 의하여 두개의 3각형으로 나누인다.

이때 매개 3각형의 아낙각의 합이 180°이므로 4각형의 아낙각의 합은 360°이다.

문 제

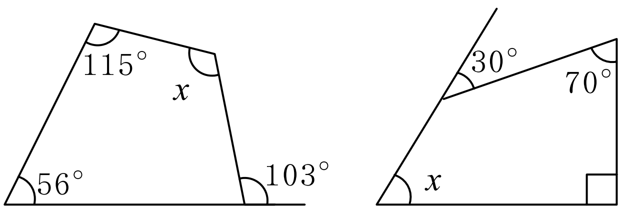
1. 그림 7−5에서 $\angle x$를 구하여라.



ㄱ) ㄴ)

그림 7−5

2. 그림 7−6에서 $\angle x$를 구하여라.



ㄱ) ㄴ)

그림 7−6

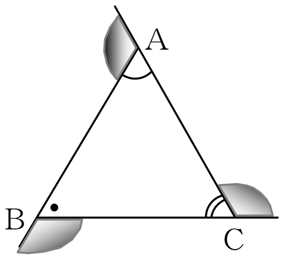


그림 7−7

3. 3각형의 매 정점에서 각각 하나씩 취한 바깥각의 합을 구하여라.(그림 7−7)

찾기 다음 표의 빈자리에 알맞는 값을 써넣어라.

다각형	4각형	5각형	…	n각형
한 정점에서 나가는 대각선들에 의해서 생기는 3각형의 수	2 (4−2)	3 (5−2)		
아낙각의 합	2×180°			

n각형의 한 정점에서 나가는 대각선의 수는 $n-3$이고 이 대각선들에 의해서 n각형은 $n-2$개의 3각형으로 나누어진다.

따라서

> n각형의 아낙각의 합은 $(n-2)\times180°$

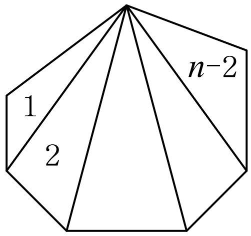


그림 7－8

> 다각형에서 변들이 다 같고 각들이 다 같을 때 그 다각형을 **바른다각형**이라고 부른다.

문 제

1. 다음 표의 빈자리에 알맞는 값을 써넣어라.

바른다각형		바른3각형	바른4각형	바른5각형	바른6각형	바른7각형
한 아낙각	몇직각	$\frac{2}{3}\angle R$	$\angle R$			
	몇도	60°	90°		120°	

2. 바른3각형, 바른4각형, 바른6각형모양의 타일로 바닥을 빈틈없이 붙일수 있다.(그림 7－9) 왜 그런가?

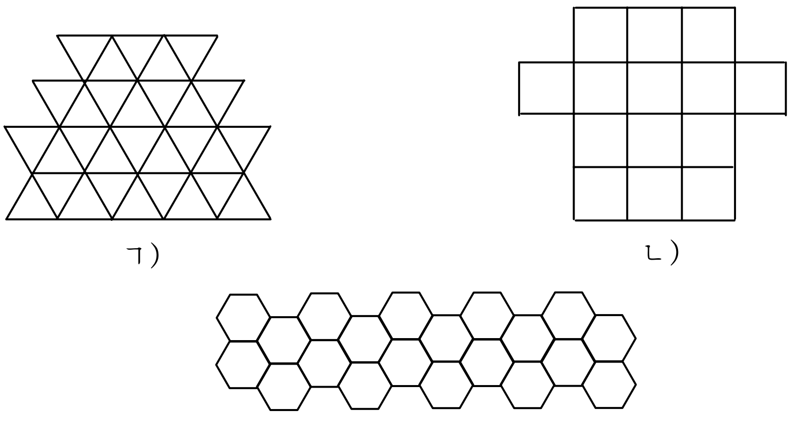


그림 7－9

3. 그림 7－10에서 $\angle x$를 구하여라.

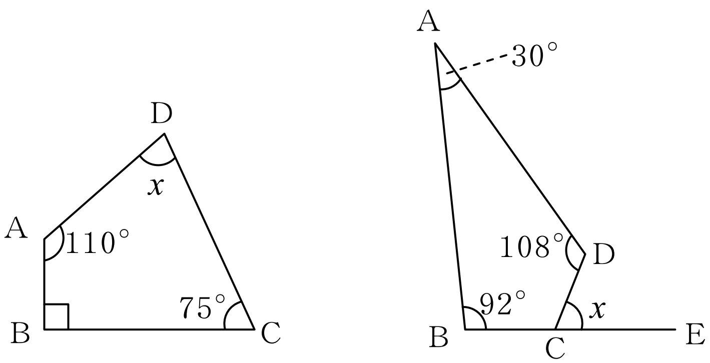


그림 7－10

4. 다각형의 바깥각들의 합은 4∠R와 같다고 말할수 있겠는가? 그림 7－11을 보고 생각하여라.(그림 7－11의 ㄴ)은 그림 7－11의 ㄱ)에 있는 바깥각들을 각각 평행이동하여 한데 모은것이다.)

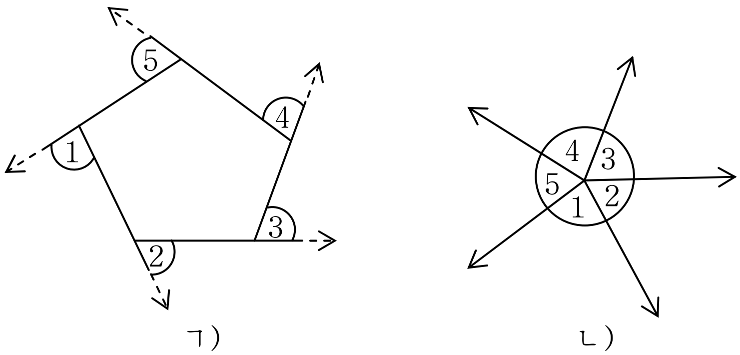


그림 7－11

련습문제

1. 오목다각형들을 각각 될수록 적은 개수의 볼록다각형으로 나누어라.(그림 7－12)

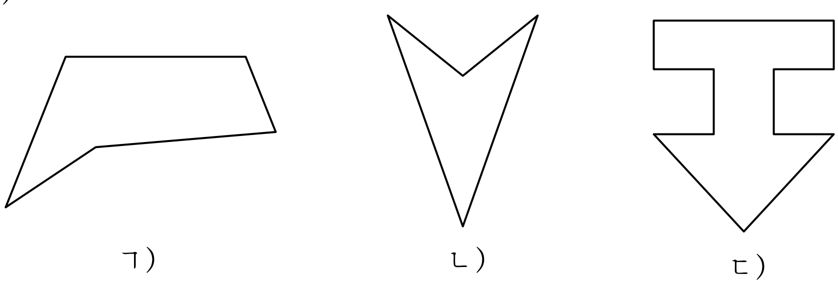


그림 7－12

2. 그림 7－13에서 $\angle x$를 구하여라.

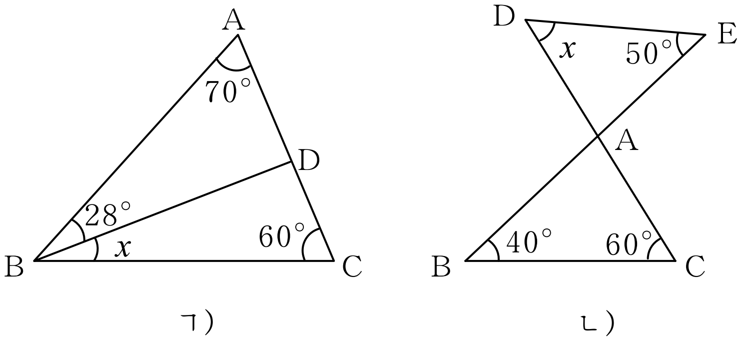


그림 7－13

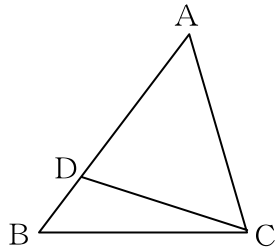


그림 7－14

3. 그림 7－14에서 ∠CDB＝120°이다. ∠A＋∠ACD와 ∠B＋∠BCD는 어느것이 얼마나 더 큰가?
4. 바른15각형의 한 아낙각은 몇도이겠는가?
5. 바른다각형의 한 아낙각은 바른다각형의 변의 개수가 많을수록 크다. 그러나 2∠R로는 되지 못한다. 왜 그런가?
6. 바른5각형, 바른7각형들로 각각 평면을 빈틈없이 메울수 있겠는가?
7. $2n$각형의 아낙각의 합과 n각형의 아낙각의 합의 2배는 어느것이 더 큰가?

제2절. 3각형

1. 3각형

3각형에는 정점, 변, 각이 각각 세개씩 있다. 정점이 A, B, C인 3각형을 △ABC와 같이 쓴다.

△ABC에서 세개의 아낙각 A, B, C와 세개의 변 AB, BC, CA를 **3각형의 요소**라고 부른다.

3각형에서 어느 한 변을 밑변이라고 할 때 그 맞은편 정점에서 밑변 또는 그 연장선에 그은 수직선분을 **3각형의 높이**라고 부른다.(그림 7－15)

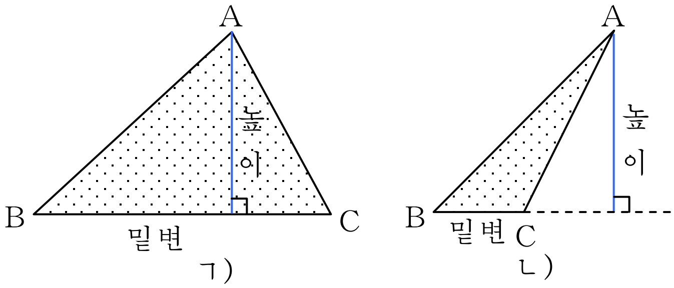


그림 7－15

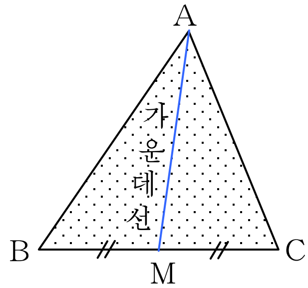


그림 7－16

3각형의 한 정점과 그 맞은변의 가운데점을 맺는 선분을 **3각형의 가운데선**이라고 부른다.(그림 7－16)

3각형의 매 정점에서 높이, 가운데선을 하나씩 그을수 있다.

2. 3각형의 결정

1) 세 변을 아는 경우

례 1 △ ABC에서 AB＝6cm, AC＝5cm, BC＝4cm이다. 이 3각형을 그려라.

그리기

① AB＝6cm인 선분 AB를 긋는다.

② 점 A를 중심으로 하는 반경 5cm인 원둘레와 점 B를 중심으로 하는 반경 4cm인 원둘레를 그린다.

③ 이 원둘레들이 사귀는 점을 C, C_1이라고 한다.

이때 △ABC와 $△ABC_1$은 그리려는 3각형이다.

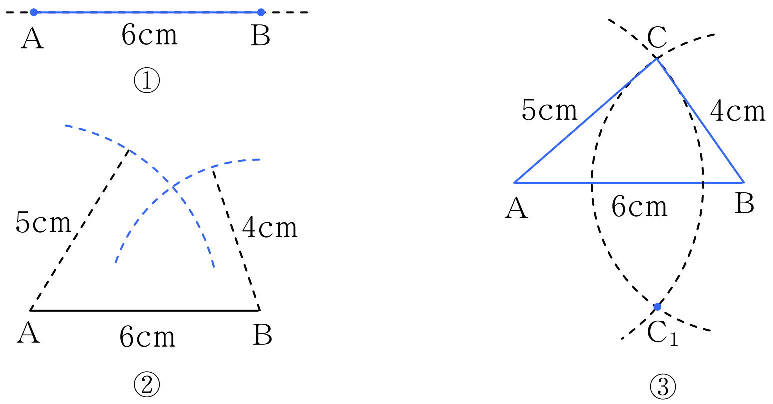


그림 7－17

례 1의 그리기에서 점 C와 C_1은 직선 AB에 관하여 서로 대칭이다. 세 변을 알고 3각형을 그릴 때 우에서와 같이 두개가 얻어진다.

그러나 이 두 3각형은 직선 AB에 관하여 서로 대칭이므로 모양과 크기가 꼭같은 3각형이다. 그러므로 3각형은 세 변에 의하여 한가지로 결정된다.

△ABC에서 세 변을 a, b, c라고 하면 언제나 $a<b+c$, $b<a+c$, $c<a+b$이다.

그러므로 $a > b+c$, $a=b+c$이면 a, b, c를 세 변으로 하는 3각형은

결정되지 않는다.(그림 7－18)

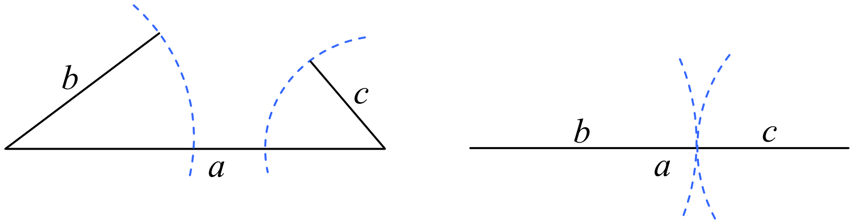


그림 7－18

2) 두 변과 그사이에 끼인 각을 아는 경우

례 2 △ABC에서 AB＝4cm, AC＝3cm, ∠A＝40°이다. 이 3각형을 그려라.

그리기

① AB＝4cm인 선분 AB를 긋는다.
② ∠BAD＝40°되게 반직선 AD를 긋는다.
③ AC＝3cm인 선분을 반직선 AD에서 끊는다.
점 B와 C를 맺으면 △ABC는 그리려는 3각형이다.

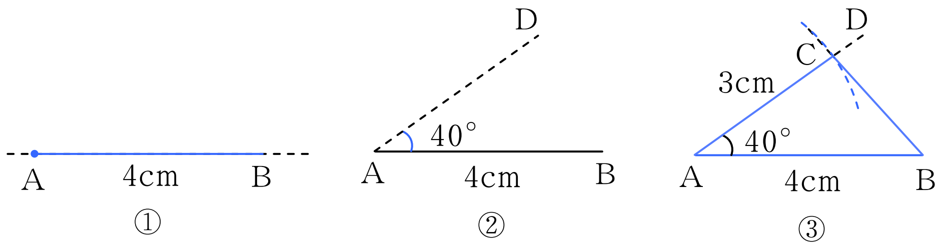


그림 7－19

3각형은 두 변과 그사이에 끼인 각에 의하여 한가지로 결정된다.

3) 한 변과 그 변에 붙은 두 아낙각을 아는 경우

례 3 △ABC에서 AB＝5cm, ∠A＝30°, ∠B＝80°이다. 이 3각형을 그려라.

그리기

① AB＝5cm인 선분 AB를 긋는다.

② ∠BAD＝30°되게 반직선 AD를 긋는다.

③ ∠ABE＝80°되게 반직선 BE를 직선 AB에 관하여 반직선 AD와 같은쪽에 긋는다.

반직선 AD와 BE가 사귀는 점을 C라고 하면 △ABC는 그리려는 3각형이다.

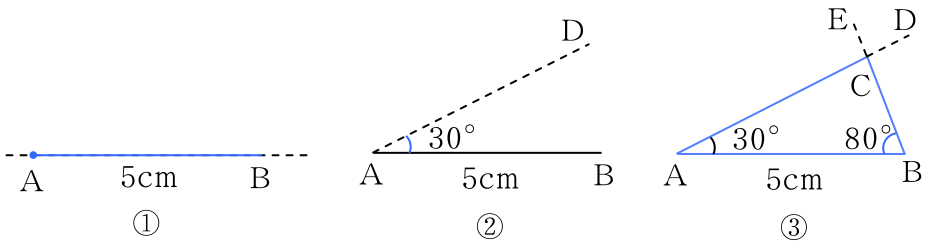


그림 7－20

3각형은 한 변과 그 변에 붙은 두 아낙각에 의하여 한가지로 결정된다.

3각형의 결정조건

3각형은 다음과 같은것이 주어지면 한가지로 결정된다.

① 세 변

② 두 변과 그사이에 끼인 각

③ 한 변과 그 변에 붙은 두 각

문 제

1. 다음과 같은 △ABC를 그려라.

1) AB＝4cm, AC＝6cm, ∠A＝70°

2) BC＝5cm, BA＝4cm, ∠B＝50°

2. 다음과 같은 △ABC를 그려라.

1) AB＝4.4cm, ∠A＝62°, ∠B＝53°

2) CA＝3.6cm, ∠C＝55°, ∠A＝74°

3. 다음 물음에 대답하여라.

1) AB＝5cm, ∠A＝90°, ∠B＝120°인 3각형을 그릴수 있는가?

2) 한 변이 8cm이고 그에 붙은 두 각이 다 90°인 3각형을 그릴수 있는가?

4. 3각형 ABC의 안에 있는 한 점을 P라고 하면 AB+AC>BP+PC이다. 왜 그런가?

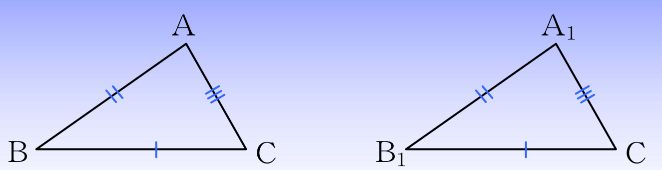
3. 3각형의 합동조건

두 3각형이 합동인가를 알자면 한 3각형을 다른 3각형에 덧놓아서 꼭맞게 겹치게 할수 있는가를 보면 된다. 두 3각형을 덧놓아보지 않고 합동인가를 알려면 변과 아낙각들을 모두 재여서 대응시키려는 변, 대응시키려는 각들끼리 모두 각각 서로 같은가를 비교해보면 된다.

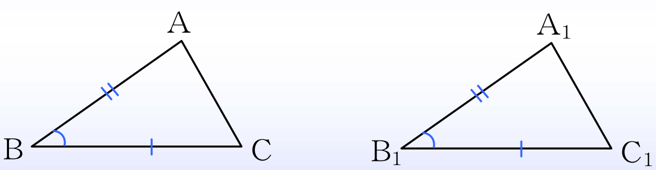
3각형의 결정조건을 보면 3각형의 변과 각들가운데서 몇개만 알아도 3각형의 모양과 크기가 한가지로 결정된다. 그러므로 두 3각형이 합동인가를 알려고 할 때도 그 변들과 아낙각들을 다 비교해보지 않아도 된다.

3각형의 합동조건

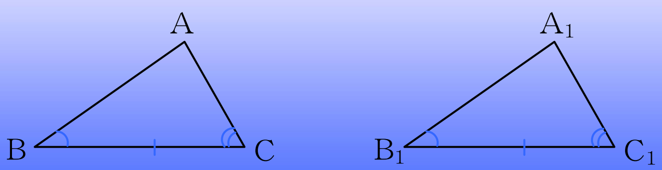
① 세 변이 각각 서로 같을 때 (세변조건)



② 두 변과 그사이에 끼인 각이 같을 때 (변각변조건)



③ 한 변과 그 변에 붙은 두 아낙각이 서로 같을 때 (각변각조건)



문 제

1. 그림 7-21에서 합동인 3각형들을 골라내여라.

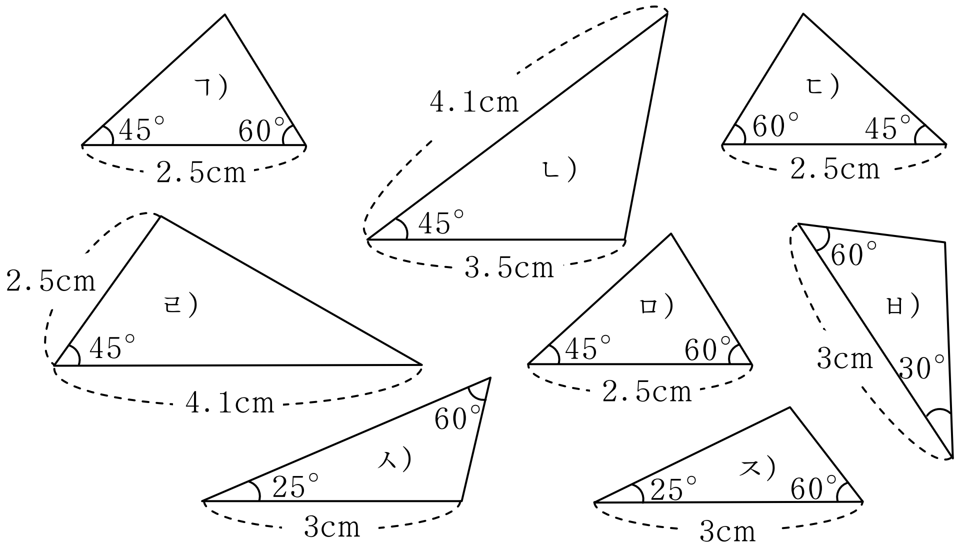


그림 7－21

2. 그림 7－22에서 각각 합동인 3각형들을 찾아내여라.

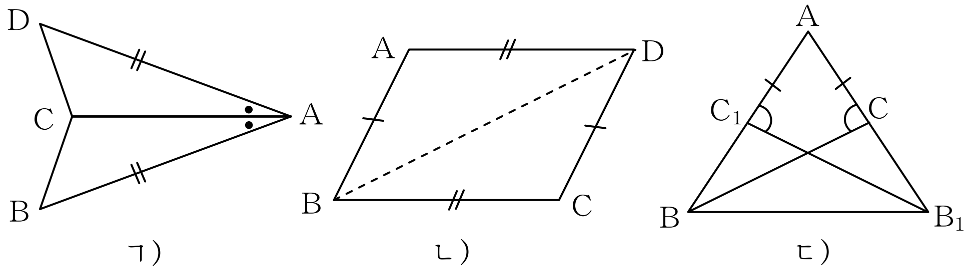


그림 7－22

4. 2등변3각형

알아보기 그림 7－23의 매개 3각형에서 길이가 같은 변은 몇개씩인가?

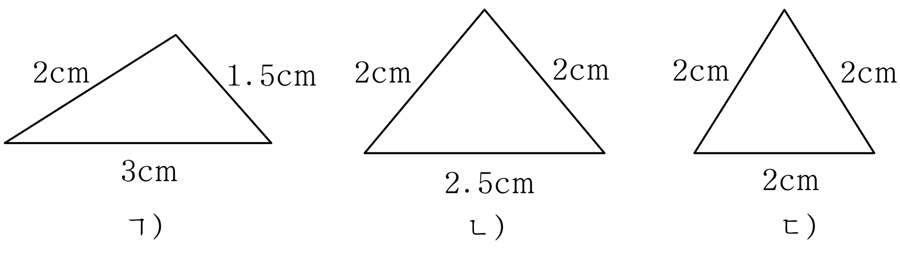
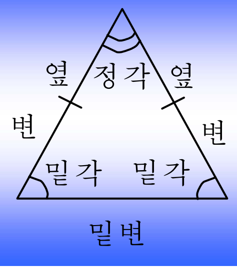


그림 7－23

3각형들가운데는 세 변이 다 다른것도 있고 두 변이 같은것도 있으며 세 변이 다 같은것도 있다.

두 변이 같은 3각형을 **2등변3각형**이라고 부른다. 2등변3각형에서 같은 두 변을 **옆변**, 두 옆변사이의 각을 **정각**, 정각의 맞은변을 **밑변**, 밑변에 붙은 아낙각을 **밑각**이라고 부른다.



2등변3각형에서 밑변이 옆변과 같으면 세 변이 다 같은것으로 된다. 그러므로 바른3각형은 특수한 2등변3각형이라고 말할수 있다.

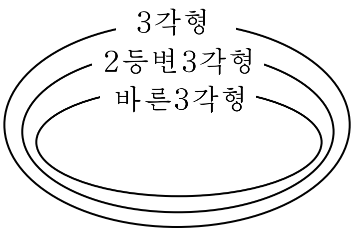


그림 7-24

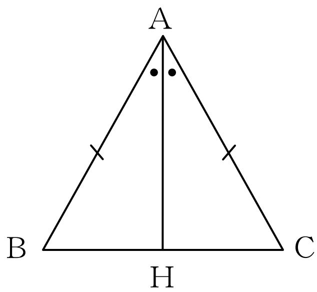


그림 7-25

알아보기 그림 7-25와 같이 2등변3각형 ABC의 정각의 2등분선 AH를 긋고 이 3각형을 AH에 관하여 축대칭이동하면 ∠B와 ∠C가 일치하는가? 밑변의 수직2등분선은 어느것인가?

2등변3각형에서
① 두 밑각은 같다.
② 정각의 2등분선은 밑변의 수직2등분선이다.
③ 정각의 2등분선은 2등변3각형의 대칭축이다.

바른3각형은 2등변3각형의 특수한 경우이므로 2등변3각형이 가진 성질을 다 가진다. 이때 바른3각형의 매개의 변을 2등변3각형의 밑변으로 볼수 있다.

문 제

1. 2등변3각형에서 정각의 2등분선, 가운데선, 높이는 서로 일치한다. 왜

그런가?

2. 2등변3각형의 정각이 다음과 같을 때 밑각은 얼마인가?

1) 42° 2) 35° 3) 90°

3. 2등변3각형의 한 밑각이 다음과 같을 때 정각은 얼마인가?

1) 28.5° 2) 43° 3) 45°

4. 그림 7－26에서 AM은 2등변3각형의 정각의 2등분선이다. ∠BAM＝25°일 때 밑각은 얼마인가?

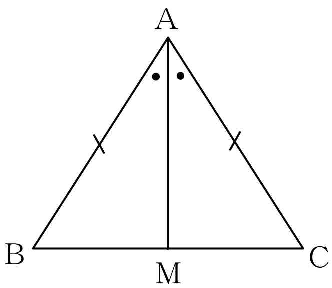


그림 7－26

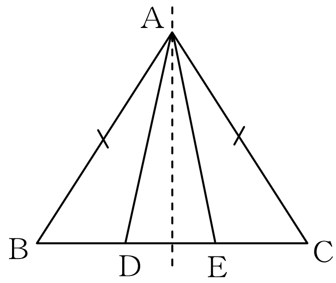


그림 7－27

5. 다음과 같은 2등변3각형은 어떤 3각형인가?

1) 정각이 60° 2) 한 밑각이 60°

6. 그림 7－27에서 AB＝AC, BD＝DE＝EC이다. △ABD와 △ACE는 합동인가? 그림과 같이 △ABC의 대칭축을 그리고 알아보아라.

탐구

△ABC에서 ∠B＝∠C이다. 변 BC의 수직2등분선 a를 긋자.

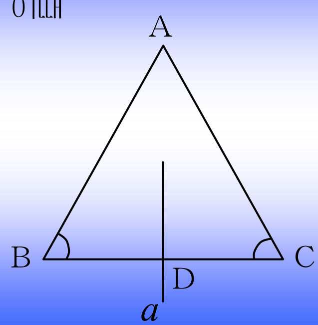
1. △ABC를 a에 관하여 축대칭이동하여라. 이때

1) 선분 AB는 선분 AC자리에로 오는가?

2) 정점 A가 대칭축 a에 놓이는가?

3) AB＝AC인가?

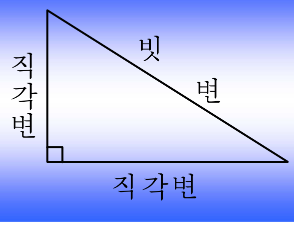
2. △ABC에서 ∠B＝∠C이면 AB＝AC라고 말할수 있는가?



5. 직3각형

한 아낙각이 직각인 3각형을 **직3각형**이라고 부른다.

직3각형에서 직각을 끼고있는 두 변을 각각 **직각변**, 직각의 맞은변을 **빗변**이라고 부른다.



3각형에서 세 아낙각이 다 뾰족각인 3각형을 **뾰족3각형**, 한 아낙각이 무딘각인 3각형을 **무딘3각형**이라고 부른다.

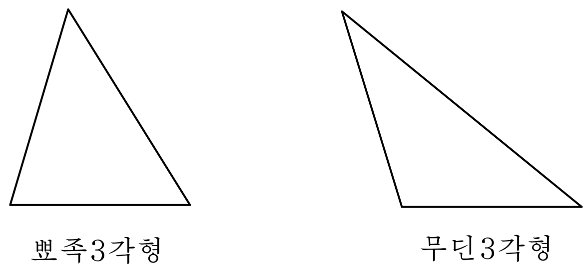


그림 7-28

직3각형에서 빗변은 직각변보다 길다.

두 직각변이 같은 직3각형을 **직2등변3각형**이라고 부른다. 직2등변3각형은 직3각형이면서 동시에 2등변3각형이다.(그림 7-29)

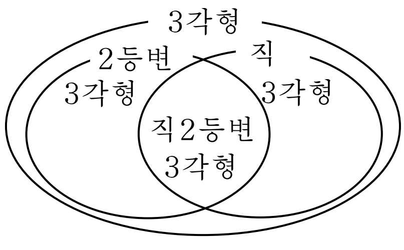


그림 7-29

문 제

1. 직3각형에서 직각이 아닌 두 아낙각의 합은 얼마인가?
2. 무딘3각형에서 무딘각이 아닌 두 아낙각의 합이 직각과 같거나 직각보다 클수 있는가?
3. 직2등변3각형의 한 뾰족각은 몇도인가?

4. 직3각형의 한 뾰족각이 다음과 같을 때 다른 뾰족각은 각각 몇도인가?

1) $42°$ 2) $32° 25'$ 3) $\frac{1}{3}\angle R$

5. 그림 7－30과 같은 △ABC에서 ∠A＝∠R, AH⊥BC이다.

1) ∠B＝36°일 때 ∠CAH와 ∠BAH는 각각 몇도인가?

2) ∠B＝∠CAH, ∠C＝∠BAH이다. 왜 그런가?

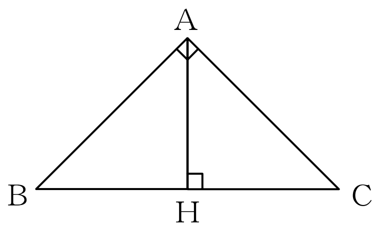


그림 7－30

례 ∠A＝∠R인 직3각형 ABC에서 한 직각변이 AB＝2cm, 빗변이 BC＝3cm이다. 이 3각형을 그려라.

그리기

① 한 직선 ℓ을 긋고 그의 한 점 A에서 수직선 AE를 긋는다.

② 반직선 AE에서 AB＝2cm 되게 점 B를 찍는다.

③ B를 중심으로 반경이 3cm인 원둘레를 그린다.

④ 이 원둘레와 직선 ℓ과의 사귐점 C를 구한다. 점 B와 C를 맺으면 △ABC는 그리려는 3각형이다.

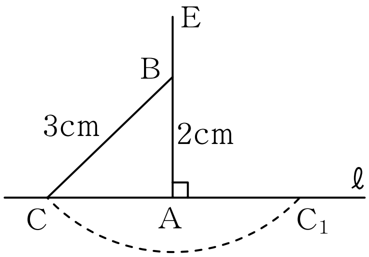


그림 7－31

례의 그리기에서 B를 중심으로 하고 반경이 3cm인 원둘레는 BC＞BA이므로 직선 ℓ과 두 점 C, C_1에서 사귄다. 이때 AB는 2등변3각형 BCC_1의 대칭축으로 된다.

그러므로

$$\triangle ABC \equiv \triangle ABC_1$$

그리기에서 3각형은 두개가 얻어지지만 그것들은 모양과 크기가 꼭같다.

빗변과 한 직각변이 주어지면 직3각형은 한가지로 결정된다.

두 직3각형에서 빗변과 한 직각변이 각각 같으면 그 두 직3각형은 합동이다.

문 제

1. 다음 직3각형을 그려라.
   1) 한 직각변이 2cm, 빗변이 3.5cm
   2) 빗변이 5cm, 한 뾰족각이 35°
2. 다음과 같은 경우에 각각 두 직3각형은 합동이다. 왜 그런가?
   1) 두 직각변이 각각 같은 경우
   2) 한 직각변과 한 뾰족각이 각각 같은 경우
   3) 빗변과 한 뾰족각이 각각 같은 경우
3. AB가 AC보다 큰 직3각형 ABC의 빗변 BC의 가운데점 M을 지나며 BC에 수직인 직선이 AB와 사귀는 점을 D, CA의 연장선과 사귀는 점을 E라고 하면 ∠MEA=∠ABC이다. 왜 그런가?

상식

B.C.700년에 알려진 도형지식

B.C.700년경에 활동한 수학자 탈레스는 《맞문각은 서로 같다.》, 《2등변3각형의 두 밑각은 같다.》, 《3각형의 합동조건》을 증명하였다.

련습문제

1. 다음과 같은 3각형을 그려라.
   1) 세 변이 2.5cm, 3cm, 4cm
   2) 두 변이 2cm, 4cm, 그사이각이 45°
   3) 한 변이 3cm, 이 변에 붙은 각이 25°, 65°
2. △ABC에서 ∠C≤∠B≤∠A≤90°이면

1) ∠B가 45°보다 작을수 있겠는가?

2) ∠B가 45°로 될수 있는가?

3) ∠B가 45°보다 클수 있겠는가?

3. 세 변이 서로 다른 3각형에서

1) 제일 큰 각은 60°보다 크다.

2) 제일 작은 각은 60°보다 작다. 왜 그런가?

4. △ABC에서 AB=5cm, AC=3cm, ∠B=30°이다. 이 3각형을 그려라. 이 3각형이 몇개 생기는가?

5. 그림 7-32의 ㄱ)에서 A와 B사이의 거리를 알아내기 위하여 A를 지나는 한 직선에서 $AO=OA_1$ 되게 점 O와 A_1을 정하고 또 B와 O를 지나는 직선에서 $BO=OB_1$로 되는 점 B_1을 정했다. A_1과 B_1사이의 거리를 재였더니 75m였다. A와 B사이의 거리는 얼마이겠는가?

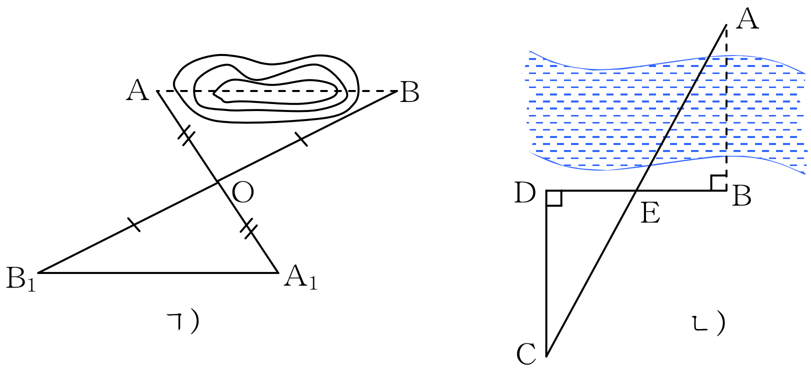


그림 7-32

6. 그림 7-32의 ㄴ)은 B에서 강건너편에 보이는 점 A까지의 거리를 알아내는 방법을 보여준다. 여기서 ∠B=∠R, ∠D=∠R, BE=DE이다. C, D사이의 거리를 알면 A, B사이의 거리를 알아낼수 있겠는가?

7. ∠A를 정각으로 하는 2등변3각형 ABC가 있다. ∠A의 바깥각의 2등분선을 그으면 그 2등분선은 밑변에 평행으로 된다. 왜 그런가?

8. 땅우의 한 점 O에서 이 점을 지나는 직선 ℓ에 수직선을 다음과 같이 그을수 있다. 직선 ℓ에 OA=OB되게 점 A와 B를 정하고 이 두 점에 각각 줄의 끝을 댄다.(그림 7-33) 다음 줄의 가운데점을 잡고 줄을 당기여 가운데점이 놓이는 자리 C를 찾는다. 이때 OC⊥ℓ로 된다. 왜 그런가?

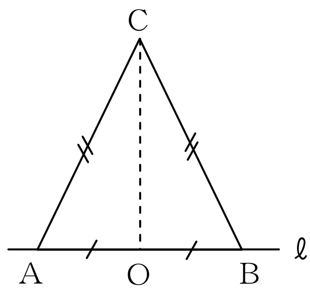


그림 7-33

9. 선분 AB를 밑변으로 하는 2등변3각형을 그

선분의 량쪽에 그리되 하나는 정각이 ∠C=90°인 2등변3각형이고 다른 하나는 정각이 ∠D=60°인 2등변3각형이 되게 하면 CD⊥AB이다. 왜 그런가?

10. 2등변3각형 ABC에서 밑변 BC의 임의의 점 D에서 CA에 평행인 직선을 그어 AB와 사귀는 점을 E라고 하면 △EBD는 2등변3각형이다. 왜 그런가?

11. △ABC의 변 BC의 점 D를 정했을 때 AB=AD=DC이면 ∠B=2∠C이다. 왜 그런가? 또 ∠C=36°이면서 이 조건을 만족시키는 3각형을 그릴수 있겠는가?

12. △ABC의 ∠B, ∠C의 2등분선의 사귐점을 I라고 할 때 BI=IC이면 △ABC는 2등변3각형이다. 왜 그런가?

복습문제

1. 다음의 매 3개의 선분에 의하여 3각형을 결정하는것은 ( )이다.

   1) 25, 3.7, 6.1　　2) 3, 8, 12

   3) 4, 1.7, 2.3　　4) 1, 2, 3.1

   □에 알맞는 말을 아래에서 찾아써넣어라.(2—3)

2. 한 3각형의 세 아낙각가운데서 적어도 □이다.

   1) 1개는 뾰족각　　2) 2개는 뾰족각

   3) 1개는 무딘각　　4) 1개는 직각

3. 한 3각형의 세 바깥각가운데서 적어도 □이다.

   1) 1개는 무딘각　　2) 1개는 직각

   3) 1개는 뾰족각　　4) 2개는 무딘각

4. 3각형의 한 각이 다른 한 각의 $\frac{2}{3}$이고 셋째 각의 $\frac{4}{5}$이면 이 3각형의 세 아낙각은 ( )이다.

   1) 60°, 90°, 75°　　2) 48°, 72°, 60°

   3) 48°, 32°, 38.4°　　4) 우의 답은 모두 틀림

5. 그림 7－34에서 AB＝AC이고 D, E는 AB, AC의 가운데점이다. 그리고 G, H는 각각 AD, AE의 가운데점이다. 이때 여기에는 합동인 3각형이 ( )쌍 있다.

   1) 4　　2) 5

   3) 6　　4) 우의 답은 모두 틀림

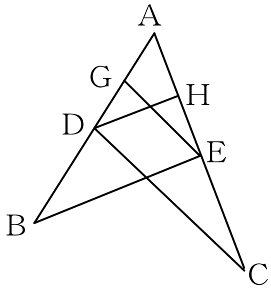


그림 7－34

6. △ABC에서 AB=AC이고 ∠C의 2등분선의 밑점을 D라고 할 때 ∠ADC=15°이면 ∠B의 크기는 ( )이다.

1) 130° 2) 140° 3) 150° 4) 우의 답은 모두 틀림

7. 3각형에서 제일 큰 각이 제일 작은 각의 2배이면 제일 작은 각은 ( )이다.

1) 60°를 넘지 않는다.

2) 30°를 넘지 않는다.

3) 36°보다 작지 않고 45°보다 크지 않다.

4) 우의 답은 모두 틀림

8. 3각형의 두 변이 7, 4일 때 셋째 변의 값범위를 말하여라.

9. 선분 a, b, c에 대하여 $a>b>c$일 때 이 세 선분이 3각형을 결정하기 위한 조건을 구하여라.

10. 다음의 조건을 만족시키는 3각형들가운데서 ∠C가 가장 큰것은 ( )이다.

1) ∠A=40°, ∠B=∠C 2) ∠B=∠C=2∠A

3) ∠A=53°, ∠C−∠B=15°

11. 그림 7−35에서 점 D는 ∠A와 ∠C의 2등분선의 사귐점이고 ∠ADC=130°이다. 이때 ∠B의 크기를 구하여라.

12. △ABC에서 ∠B=72°, AD는 ∠BAC의 2등분선, ∠ADC=108°, ∠C의 크기는 얼마인가?

13. △ABC에서 AB = AC이고 AC의 한 점 D에 대하여 AD = BD = BC이다. ∠A의 크기는 얼마인가?

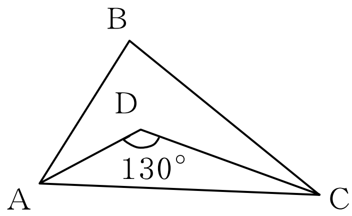


그림 7−35

14. △ABC에서 ∠B, ∠C의 2등분선의 사귐점을 F라고 할 때 ∠BFC는 90°와 어떤 크기관계에 있는가?

15. 그림 7−36에서 AD는 ∠A의 2등분선이다. 이때 ∠DAH의 크기를 ∠B와 ∠C에 의하여 표시하여라.

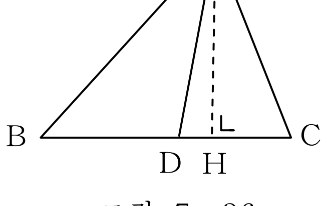


그림 7−36

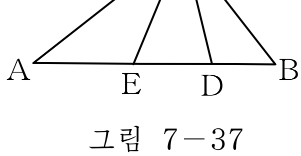


그림 7−37

16. 그림 7－37의 직3각형 ABC에서 빗변 AB의 점 D, E는 각각 AD＝AC, BE＝BC 되게 정한것이다. 이때 ∠DCE의 크기를 구하여라.

17. 변의 길이가 5cm, 9cm인 2등변3각형의 둘레의 길이를 구하여라.

18. 그림 7－38의 직2등변3각형 ABC에서 ∠A＝90°, D는 BC의 가운데점, 빗변 BC우의 임의의 점 P에서 AB, AC에 내린 수직선의 밑점을 E, F라고 하자. BC＝5cm일 때 DE＋DF가 제일 크려면 점 P는 어디에 있어야 하는가?

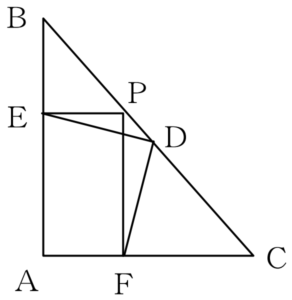


그림 7－38

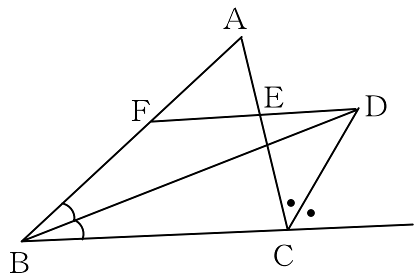


그림 7－39

19. 그림 7－39의 △ABC에서 AB＞AC이고 점 D는 ∠B의 2등분선과 ∠C의 바깥각의 2등분선의 사귐점이며 DF//BC이다. 여기서 2등변3각형은 몇개인가?

20. △ABC에서 AB＜ $\frac{1}{2}$ AC일 때 ∠ACB와 $\frac{1}{2}$ ∠ABC의 크기관계를 비교하여라.

21. 그림 7－40에서 점 E는 ∠A의 바깥각의 2등분선 AF의 임의의 점이다. 이때 AB＋AC와 EB＋EC의 크기관계를 비교하여라.

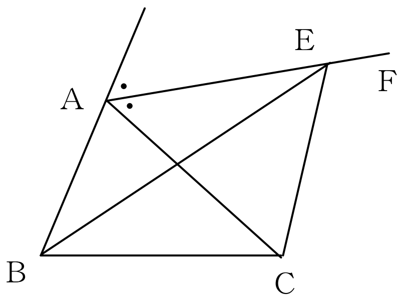
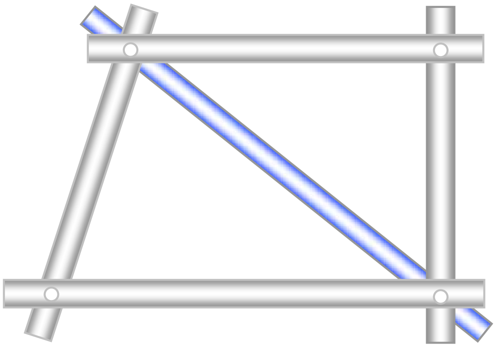


그림 7－40

22. 3각형의 한 변에 그은 가운데선이 이 변의 절반과 같다. 그러면 이 3각형은 어떤 3각형인가?

23. △ABC에서 ∠B, ∠C의 2등분선의 사귐점 I, I를 지나 AB, CA에 평행되게 그은 직선이 BC와 사귀는 점이 E, F이다. BC ＝ 8cm일 때 △IEF의 둘레의 길이를 구하여라.

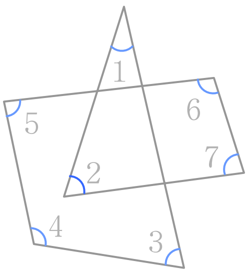
제8장. 4각형

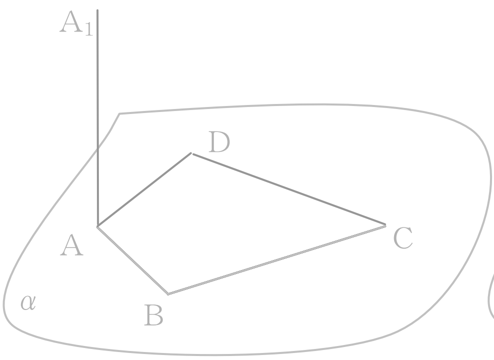


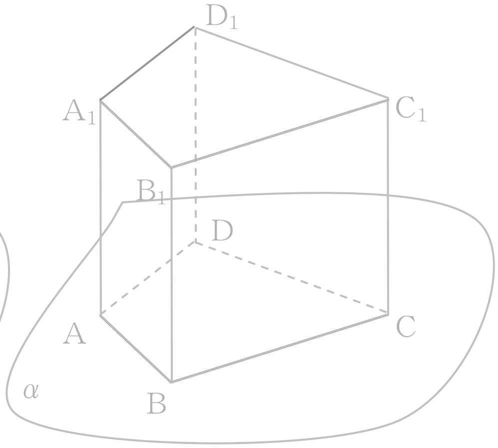
4각형

평행4변형

각기둥







제1절. 4각형

4각형은 맞은변들이 서로 평행인가, 아닌가에 따라서 다음과 같이 나눈다.

① 한쌍의 맞은변도 평행이 아닌 4각형

② 한쌍의 맞은변이 서로 평행인 4각형－**제형**

③ 두쌍의 맞은변이 각각 서로 평행인 4각형－**평행4변형**

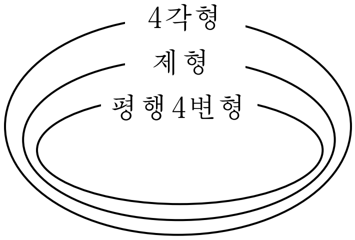


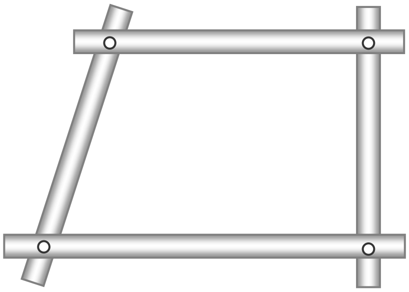
그림 8－1

제형에서 평행인 한쌍의 맞은변을 각각 **밑변**, 나머지 두 변을 **옆변**이라고 부른다.

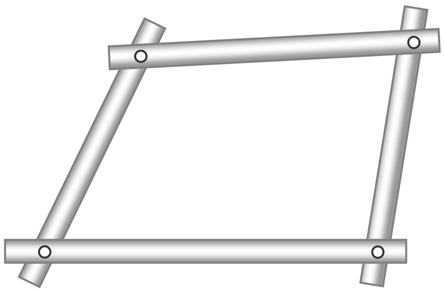
제형에서 옆변들이 서로 평행으로 되면 두 쌍의 맞은변이 다 각각 평행인 4각형으로 된다. 그러므로 평행4변형을 제형이라고 말할수 있다.

그러나 평행4변형은 일반적인 제형에 비해서는 특수한 성질이 있으므로 따로 갈라서 볼 때가 많다.

알아보기 1. 그림 8－2와 같이 네개의 오림대를 무어서 만든 4각형을 변형시킬수 있겠는가?



ㄱ)



ㄴ)

그림 8－2

2. 그림 8－3과 같이 오림대에 가름대를 대면 4각형을 변형시킬수 있겠는가? 3각형의 결정조건을 써서 설명하여라.

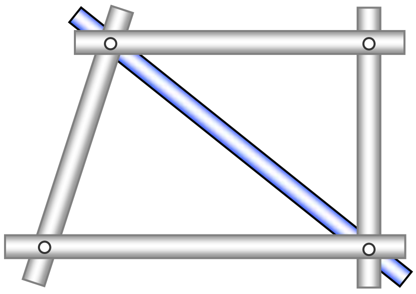


그림 8－3

네 변과 한 대각선이 주어지면 4각형은 결정된다.

알아보기 4각형 ABCD에서 네 변 AB, BC, CD, DA와 한 아낙각 B가 주어지면 △ABC와 △ACD가 결정되겠는가? 또 이때 4각형 ABCD가 결정된다고 말할수 있는가?

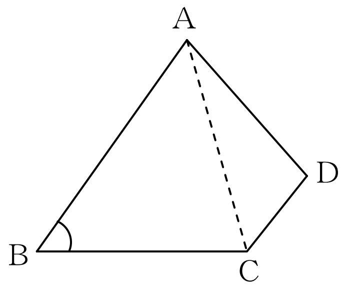


그림 8－4

네 변과 한 아낙각이 주어지면 4각형은 결정된다.

문 제

1. 어떤 4각형에서 세개의 아낙각들이 76°, 80°, 104°이다. 남은 한 아낙각의 크기는 얼마인가?
2. 자와 콤파스를 가지고 4각형 ABCD를 다음과 같은것들에 의하여 옮겨그려라.(그림 8－5)
   1) 네 변과 대각선 AC
   2) 네 변과 ∠A
   3) 세 변 AB, BC, CD와 ∠B, ∠C

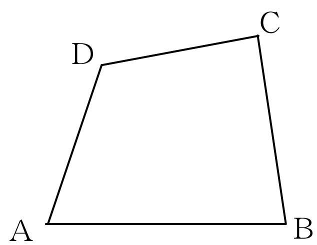
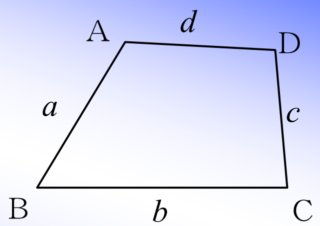


그림 8－5

탐구

1. 4각형 ABCD의 네 변의 길이를 a, b, c, d라고 하자. a, b, c, d사이에는 어떤 관계가 있는가?
2. 네 선분 a, b, c, d가 주어졌을 때 네 선분으로 4각형을 그리려면 어떤 조건이 있어야 하겠는가?



련습문제

1. 그림 8−6에서 각 x는 얼마인가?

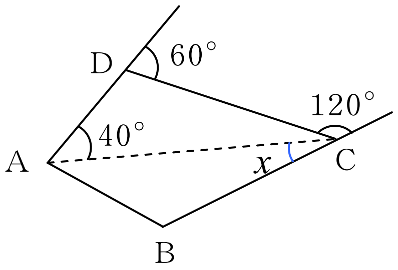


그림 8−6

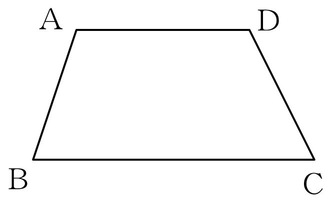


그림 8−7

2. 그림 8−7에서 AD//BC이다. AB, AD, BC와 ∠A에 의하여 4각형을 옮겨그려라.
3. 4각형에서 네 변의 길이의 합과 두 대각선의 길이의 합을 비교하여라.(그림 8−8)

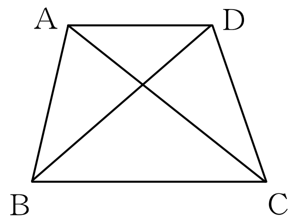


그림 8−8

제2절. 평행4변형

1. 평행4변형

평행4변형 ABCD를 ▱ABCD와 같이 표시한다.

알아보기 1. ▱ABCD에서 대각선 AC의 가운데점 O를 찍고 점 O를 중심으로 △ABC를 180° 회전이동하면 점 A, B, C, D는 어디로 넘어가겠는가?(그림 8−9)

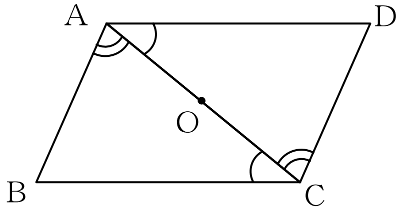


그림 8−9

2. △ACD를 점 O를 중심으로 180° 회전이동하면 점 A, D, C는 어디로 넘어가겠는가?

▱ABCD를 대각선 AC의 가운데점 O를 중심으로 180° 회전이동하면 네 점 A, B, C, D는 각각 다음과

같이 넘어간다.

A→C, B→D, C→A, D→B

이리하여 ▱ABCD는 ▱CDAB로 넘어간다. 즉 자기자체로 넘어간다. 따라서 ▱ABCD는 대각선 BC의 가운데점 O를 중심으로 하는 점대칭도형이다.

여기서

AD↔BC,   AB↔DC

∠A↔∠C,   ∠B↔∠D

그러므로

AD=BC,   AB=DC

∠A=∠C,   ∠B=∠D

평행4변형의 성질

평행4변형은 그 대각선들의 사귐점에 관한 점대칭도형으로서

① 두 쌍의 맞은 변은 각각 서로 같다.

② 두 쌍의 맞은 각은 각각 서로 같다.

문 제

1. 평행4변형에서 두 이웃아낙각의 합은 180°이다. 왜 그런가?
2. 평행4변형에서 한 아낙각이 다음과 같을 때 나머지 각들을 구하여라.

   1) 44°   2) $1\frac{1}{2}$∠R   3) 90°

3. 그림 8−10의 ▱ABCD에서 변 BC에 점 E가 있다.
   1) 대각선의 사귐점 O에 관한 점 E의 대칭점 F를 찍어라.
   2) BE=DF, CE=AF라고 말할수 있겠는가?

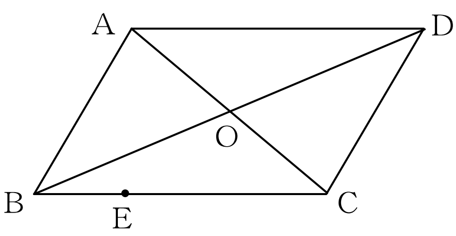


그림 8−10

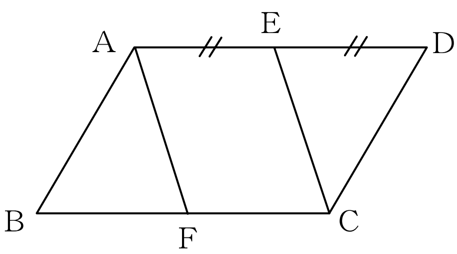


그림 8−11

4. ▱ABCD가 있다.(그림 8−11) 변 AD의 가운데점을 E라고 하고 점 A를 지나 EC에 평행인 직선을 그어 BC와 사귀는 점을 F라고 하면 F는 BC의 가운데점인가?

탐구

평행4변형은 다음과 같은 경우에 결정되겠는가? 3각형의 결정조건을 써서 생각하여라.

1) 두 이웃변과 그사이의 각이 주어질 때

2) 두 이웃변과 한 대각선이 주어질 때(여기서는 두가지 경우가 있다.)

례 ▱ABCD에서 AB=2cm, BC=3cm, ∠B=60°이다. 이 평행4변형을 그려라.

그리기

① $\angle A_1BC_1=60°$되게 그린다.

② 반직선 BA_1에 BA=2cm 되게 점 A를 찍는다.

③ 반직선 BC_1에 BC=3cm 되게 점 C를 찍는다.

④ A를 지나며 BC에 평행인 직선을 긋는다.

⑤ C를 지나며 BA에 평행인 직선을 긋는다. 이 두 직선의 사귐점을 D라고 한다.

4각형 ABCD는 그리려는 평행4변형이다.

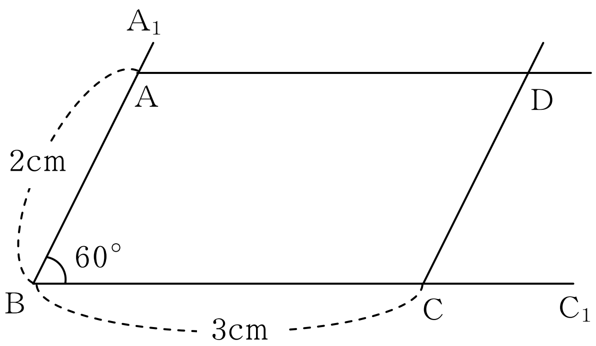


그림 8−12

문 제

1. 평행4변형의 두 이웃변은 2.5cm, 3.5cm이고 그사이의 각은 45°이다. 이 평행4변형을 그려라.
2. ▱ABCD에서 대각선 AC=4cm이고 ∠BAC=65°, ∠CAD=35°이다. 이 평행4변형을 그려라.

2. 직4각형과 등변4각형

네 각이 다 직각인 4각형을 **직4각형**이라고 부른다.

직4각형은 한 아낙각이 직각인 평행4변형이라고 부를수 있다. 그러므로 직4각형은 평행4변형이 가지고있는 성질을 다 가진다. 직4각형은 변의 수직2등분선을 대칭축으로 하는 축대칭도형이다.

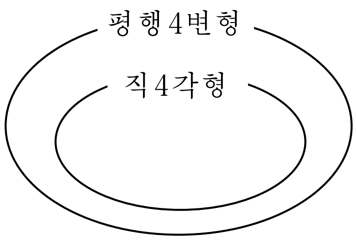


그림 8-13

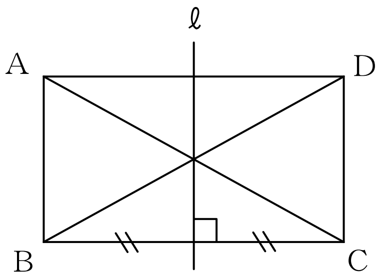


그림 8-14

네 변이 다같은 4각형을 **등변4각형**이라고 부른다.

등변4각형 ABCD에서 △ABD를 대각선 BD의 가운데점에 관하여 대칭이동하면 ∠ABD↔∠CDB, ∠ADB↔∠CBD(그림 8-15)

그러므로 ∠ABD=∠CDB, ∠ADB=∠CBD

따라서 AB//DC, AD//BC

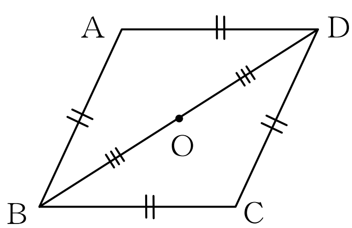


그림 8-15

등변4각형 ABCD는 두쌍의 맞은변이 각각

서로 평행이므로 평행4변형이다. 그러므로 등변4각형은 평행4변형이 가지고있는 성질을 다 가지고있다.

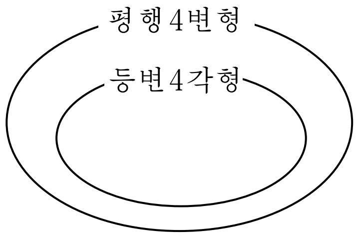


그림 8－16

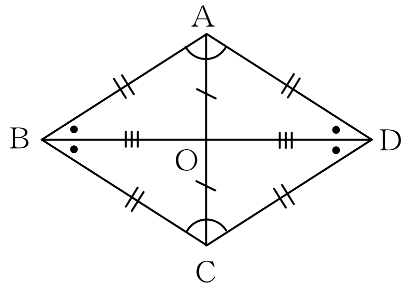


그림 8－17

등변4각형에서 두 대각선은 서로 수직으로 사귀며 그 대각선들을 대칭축으로 하는 축대칭도형이다.

문 제

1. 등변4각형의 대각선은 그 아낙각을 2등분한다. 왜 그런가?
2. 등변4각형의 한 변은 3cm이고 한 아낙각은 60°이다. 이 등변4각형을 그려라.
3. 이웃변이 같지 않은 평행4변형의 네 각의 2등분선이 만드는 4각형은 직4각형이다. 왜 그런가?
4. 두 대각선이 서로 수직으로 2등분하는 4각형은 등변4각형이다. 왜 그런가?
5. 직4각형의 네 변의 가운데점을 차례로 맺을 때 얻어지는 4각형은 어떤 4각형이겠는가?

네 변이 다 같고 네 아낙각이 다 같은 4각형을 **바른4각형**이라고 부른다.

바른4각형은 등변4각형이면서 동시에 직4각형이다. 바른4각형은 평행4변형의 성질을 다 가지고있으면서 그밖에 등변4각형과 직4각형이 가지는 성질도 다 가지고있다.

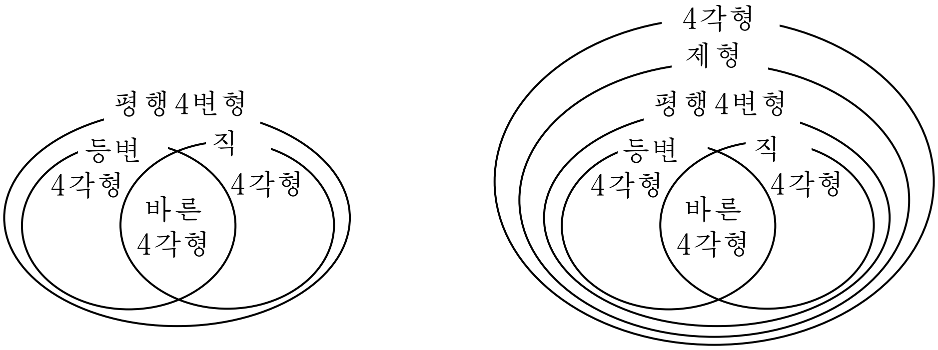


그림 8－18

문 제

1. 바른4각형 ABCD의 변 AB, BC, CD, DA에 각 각 점 A_1, B_1, C_1, D_1을 $AA_1=BB_1=CC_1=DD_1$ 되게 찍으면 4각형 $A_1B_1C_1D_1$은 바른4각형이다. 왜 그런가?(그림 8－19)

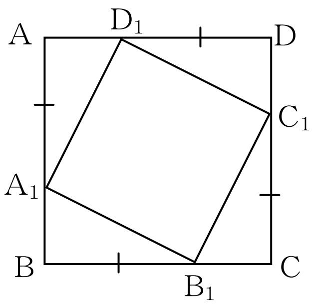


그림 8－19

2. 1) 한 변이 5cm인 바른4각형을 그려라.
   2) 이 바른4각형의 대칭축들을 다 그려라. 모두 몇개인가?

련습문제

1. 그림 8－20에서 각 x는 얼마인가?

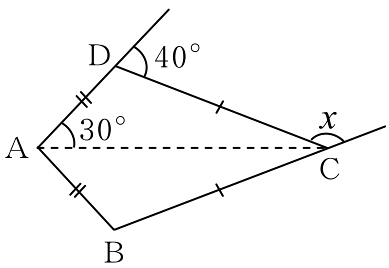


그림 8－20

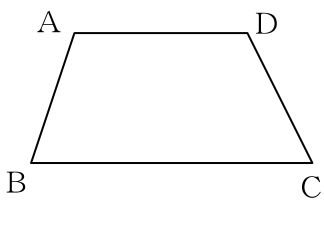


그림 8－21

2. 그림 8－21에서 AD//BC이다. AB, AD, BC, CD에 의하여 4각형을 옮겨그려라.
3. 직4각형 ABCD에서 변 AB＝2.5cm, 대각선 AC＝3.5cm이다. 이 직4각형을 그려라.
4. 등변4각형의 한 변은 2cm이고 한 아낙각은 70°이다. 이 등변4각형을 그려라.

제3절. 각기둥

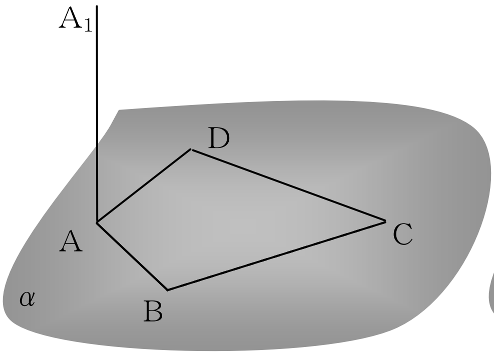


그림 8−22

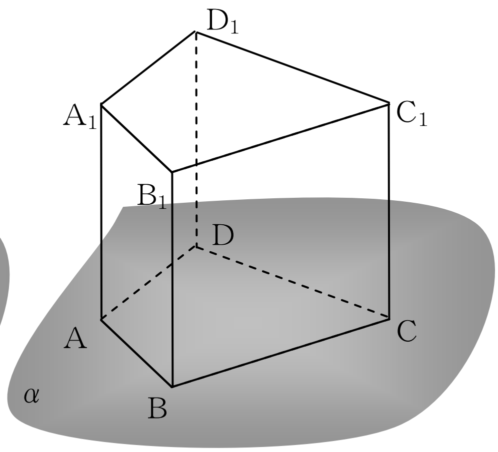


그림 8−23

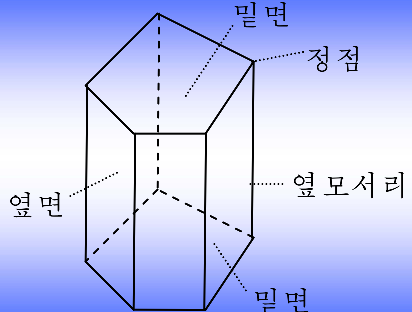
찾기 평면 α에 4각형 ABCD가 있고 이 평면에 수직인 선분 AA_1이 있다. 4각형 ABCD를 AA_1방향으로 AA_1만큼 평행이동해갈 때 생기는 기둥모양의 도형을 생각하자.

1) 4각형 ABCD와 합동인 4각형을 찾아라.

2) 직4각형들을 찾아라.

두 면이 합동인 다각형이고 다른 면들이 직4각형인 공간도형을 **각기둥**이라고 부른다.

밑면이 3각형, 4각형, … 인 각기둥을 **3각기둥**, **4각기둥**, … 이라고 부른다.



우리가 알고있는 바른6면체, 직6면체도 각기둥이다.

례 바른6면체, 직6면체, 4각기둥에서 두 밑면은 여러가지로 잡을수 있다.

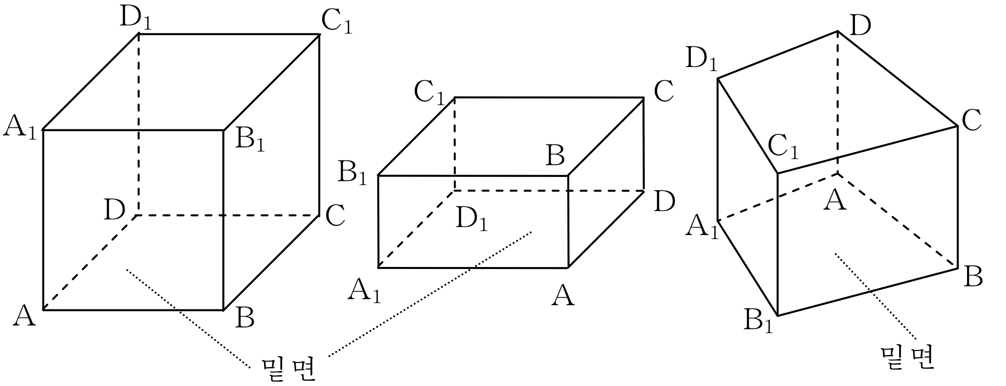


그림 8－24

해보기 직6면체를 모서리를 따라 잘라 그림과 같이 펴놓았다.

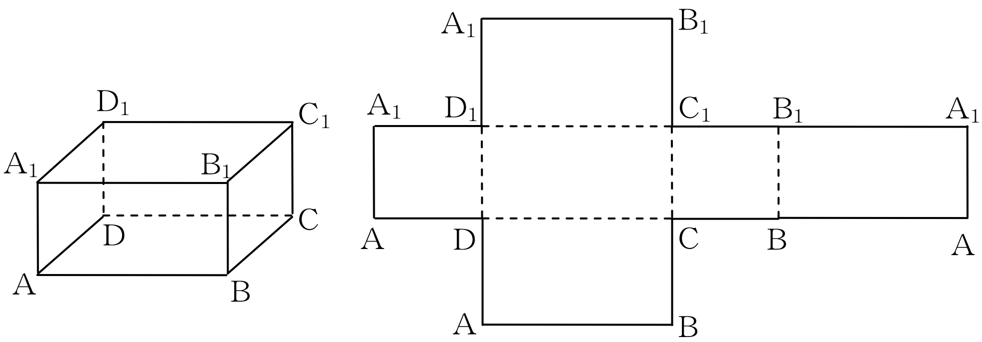
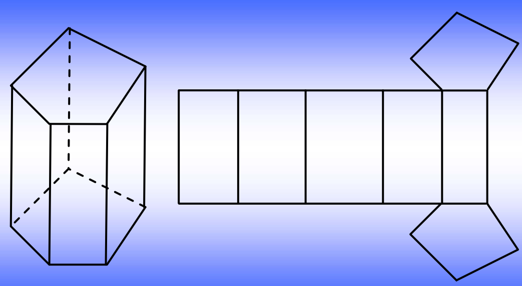


그림 8－25

1) 펴놓은 그림에서 같은 길이의 변들을 찾아보아라.

2) 펴놓은 그림과 같은 그림을 종이우에 그리고 모서리를 따라 접어서 직6면체를 만들어보아라.

각기둥을 그림과 같이 모서리를 잘라 평면에 펴놓은 것을 각기둥의 **펼친그림**이라고 부른다.



문 제

1. 그림 8－26과 같은 3각기둥의 펼친그림을 대강 그려라.
2. 밑면의 길이가 3cm인 바른3각형이고 옆모서리의 길이가 7cm인 3각기둥의 펼친그림을 그리고 모서리를 따라 접어서 3각기둥을 만들어라.

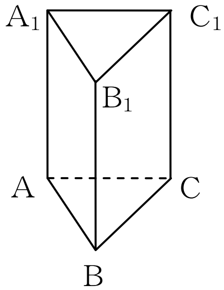


그림 8－26

련습문제

1. 그림 8 － 27의 직6면체에서 4각형 BB_1D_1D는 평행4변형이라는것을 말하여라.
2. 밑면이 직3각형인 3각기둥 두개를 붙이면 직6면체가 된다고 말할수 있는가?
3. 밑면이 한 변의 길이가 3인 바른3각형이고 높이가 5인 3각기둥 몇개를 붙이면 밑면이 바른다각형인 각기둥이 되겠는가?

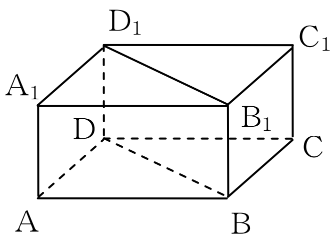


그림 8－27

4. 밑면이 한 변의 길이가 2cm인 바른12각형이고 높이가 7cm인 각기둥의 펼친그림을 그리고 그것을 모서리를 따라 접어서 12각기둥을 만들어라.

복습문제

알맞는 답을 찾아 ( )에 써넣어라.(1－4)

1. 2등변3각형의 밑변의 임의의 한 점을 지나 두 옆변에 평행인 직선을 그어 평행4변형을 만들었다. 옆변의 길이가 8일 때 이 평행4변형의 둘레의 길이는 ( )이다.
   1) 8　　2) 16　　3) 24　　4) 정할수 없다.
2. 평행4변형 ABCD에서 $\angle A : \angle B = 3 : 2$이면 $\angle A$는 ( )이다.
   1) 144°　　2) 126°　　3) 108°　　4) 216°
3. 그림 8－28에서 $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E$는 ( )와 같다.
   1) 360°　　2) 270°　　3) 180°　　4) 150°

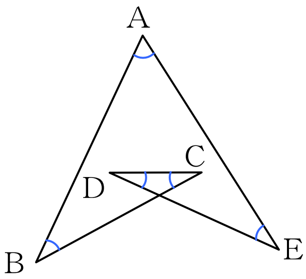


그림 8－28

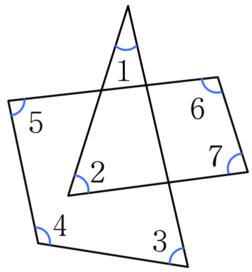


그림 8－29

4. 그림 8－29에서 ∠1＋∠2＋∠3＋∠4＋∠5＋∠6＋∠7은 ( )이다.

1) 500°　　2) 540°　　3) 580°　　4) 620°

5. 평행4변형에서 두 대각선과 변들에 의하여 생기는 3각형들가운데 합동인 3각형은 몇쌍인가?

6. 바른5각형 ABCDE가 있다.(그림 8－30)

1) ∠ACB는 몇도인가?

2) ∠CAD는 몇도인가?

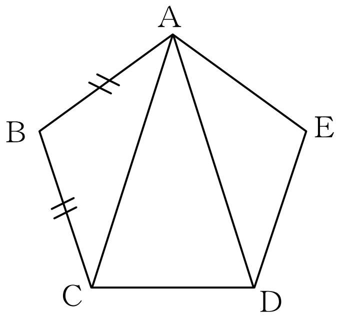


그림 8－30

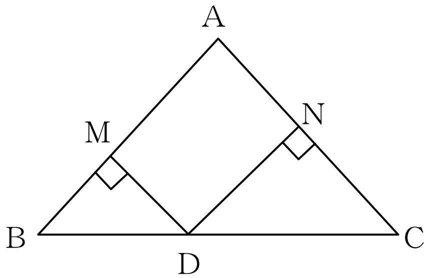


그림 8－31

7. AB＝AC인 2등변3각형 ABC가 있다.(그림 8－31) 밑변 BC의 임의의 점 D에서 AB, AC에 각각 수직선분 DM, DN을 그으면 ∠BDM＝∠CDN이라고 말할수 있는가?

8. 다음과 같은 △ABC를 그려라.

1) AB＝3cm, BC＝3.4cm, 가운데선 AM＝2cm

2) AB＝3.5cm, ∠A＝25°, CA＝1.8cm

9. 다음 4각형의 결정조건을 말하여라.

1) 바른4각형　　2) 직4각형

3) 등변4각형　　4) 제형

10. 4각형 ABCD가 있다.(그림 8－32) AB//DC, AB＝DC이면 이 4각형은

어떤 4각형인가? △DBC를 DB의 가운데점 O를 중심으로 180° 회전이동하여 보아라.

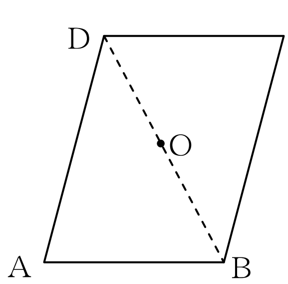


그림 8-32

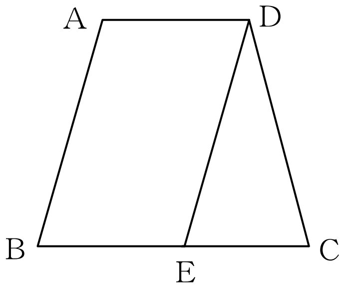


그림 8-33

11. 제형 ABCD가 있다.(AD//BC) D를 지나 AB에 평행인 직선을 그어 BC와의 사귐점을 E라고 한다.(그림 8-33) △DEC의 둘레가 7cm이고 AD=1.8cm 이다. 제형 ABCD의 둘레를 구하여라.

12. 제형 ABCD(BC//AD)가 있다.(그림 8-34) AB=1.8cm, BC=2.6cm, CD=1.5cm, AD=1.9cm이다. 이 제형을 그려라.(△DEC를 먼저 그려라.)

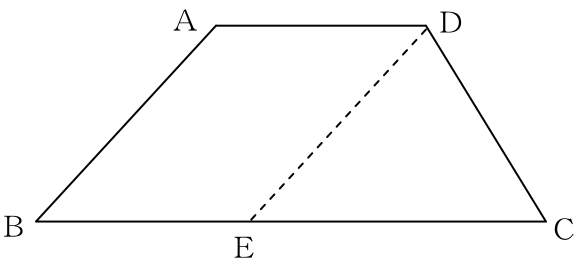


그림 8-34

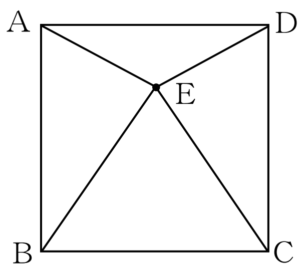


그림 8-35

13. 그림 8-35에서 4각형 ABCD는 바른4각형이고 △EBC는 바른3각형이다. ∠AED는 몇도인가?

14. 등변4각형의 네 변의 가운데점을 차례로 맺었을 때 얻어지는 4각형은 어떤 4각형인가?

15. 바른6각형을 어떻게 그릴수 있는가? 그림 8-36을 보고 생각해보아라.

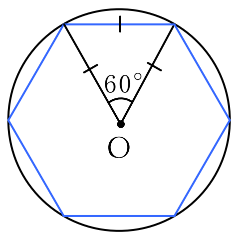


그림 8-36

16. 직6면체에서 (정점수)-(모서리수)+(면수)를 구해보아라. 6각기둥, 7각기둥에 대해서도 생각해보아라. 무엇을 알수 있는가?

17. 각기둥에서 옆모서리들이 다 같다는것을 어떻게 알아볼수 있는가?

18. 밑면이 한 변의 길이가 3인 바른3각형인 3각기둥모양의 나무기둥이 있다.

이 3각기둥의 모서리를 깎아 밑면이 바른6각형인 각기둥을 만들었다. 이때 밑면의 한 변의 길이는 얼마인가?

19. 밑면이 한 각이 30°인 등변4각형인 각기둥모양의 통이 있다. 이 통에 물을 넣으려고 한다. 각 30°를 60°, 90° 되게 하였을 때 어느 통에 물이 많이 들어가겠는가?(그림 8－37)

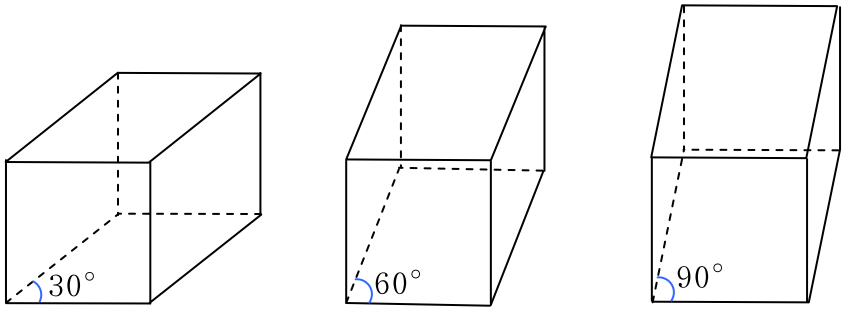


그림 8－37

20. 밑면이 한 변의 길이가 2cm인 바른6각형이고 옆모서리가 6cm인 6각기둥의 펼친그림을 그리고 접어서 6각기둥을 만들어보아라.

21. 평행4변형의 성질을 쓰는 응용문제를 만들고 풀어라.

제9장. 여러가지 진법

101.0111(2)

10진법과 2진법

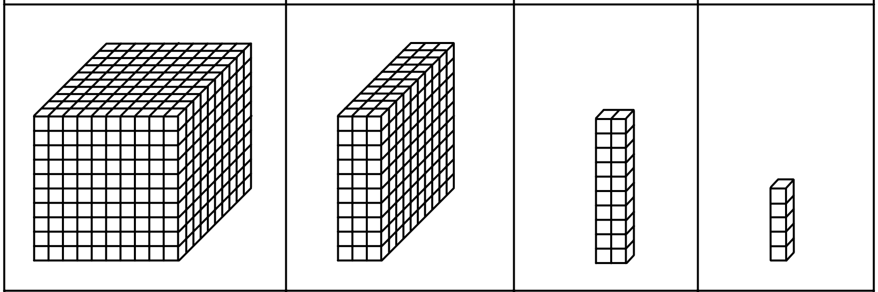
8진법과 16진법

F7.DB(16)=?

제1절. 10진법과 2진법

1. 10진법

알아보기 1) 다음 그림을 보고 옹근수를 수자로 쓰는 방법을 말하여라.



천 (10^3)	백 (10^2)	열 (10)	하나 (1)
1개	3개	2개	5개
$\underline{1}\cdot 10^3$	$\underline{3}\cdot 10^2$	$\underline{2}\cdot 10$	$\underline{5}\cdot 1$

1 3 2 5

그림 9－1

2) 다음 □에 알맞는 수자를 써넣어라.

$$35\square 04=3\cdot 10^4+\square\cdot 10^3+6\cdot \square^2+\square\cdot 10+\square\cdot 1$$

옹근수에서 한 단위가 열씩 모이면 다음의 큰 단위로 올려서 수를 적어왔다. 이처럼 한 단위가 열씩 모일 때마다 다음의 큰 단위로 올려서 수를 적는 방법을 **10진법**, 10진법으로 쓴 수를 **10진수**라고 불렀다.

알아보기 1) 소수도 10진수이다. 왜 그렇게 말할수 있는가?

2) 다음 그림을 보면서 소수를 수자로 적는 방법을 말하여라.

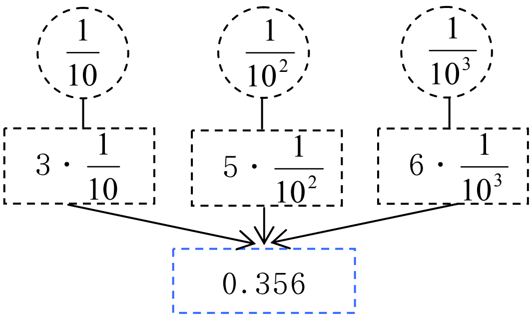


그림 9－2

분수 $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{10^2}$, $\frac{1}{10^3}$, …을 간단히 10^{-1}, 10^{-2}, 10^{-3}, …으로도 표시한다. 즉

$$\frac{1}{10^n}=10^{-n}\ (n\text{은 자연수})$$

그러면 모든 10진수들을 10의 제곱을 써서 표시할수도 있다.

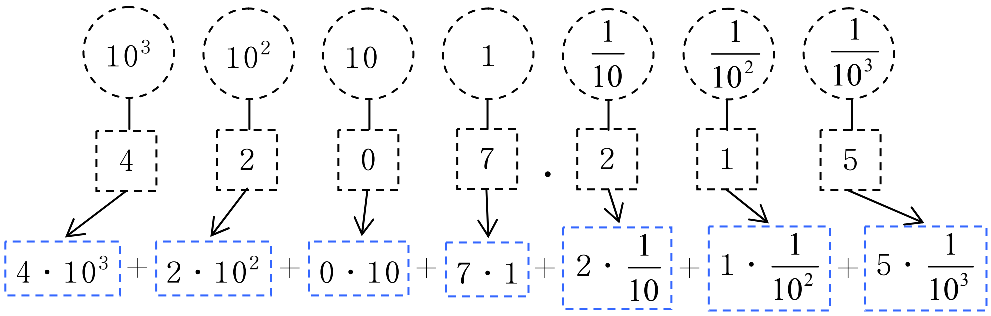


그림 9－3

례 $3025=3\cdot10^3+0\cdot10^2+2\cdot10^1+5\cdot1$

$25.94=2\cdot10+5\cdot1+9\cdot10^{-1}+4\cdot10^{-2}$

$0.2(3)=2\cdot10^{-1}+3\cdot10^{-2}+3\cdot10^{-3}+3\cdot10^{-4}+\cdots$

이렇게 10진수를 자리별로 10의 제곱을 써서 표시하는것을 수를 **10의 제곱으로 전개한다** 또는 간단히 **10진수를 전개한다**고 말한다.

문 제

1. 다음의 10진수를 전개하여라.

   1) 2 056, 38 007, 0.983, 41.032

   2) 가장 큰 다섯자리수, 가장 작은 다섯자리 옹근수

2. 다음의 전개식으로 표시되는 수를 써라.

   1) $6\times10^5+3\times10^4+0\times10^3+2\times10^2+1\times10+7\times1$

   2) $5\times10^4+3\times10^2+8\times10$

   3) $4\times10^2+8\times1+6\times10^{-1}+5\times10^{-3}$

   4) $2\times10^{-1}+3\times10^{-2}+9\times10^{-4}$

   5) $5\times10^1+1\times1+2\times10^{-1}+3\times10^{-2}+3\times10^{-3}+3\times10^{-4}+\cdots$

2. 2진법

찾기 1g, 2g, 4g, 8g짜리 추들이 있다.

이 추들로 5g의 물건을 다는 방법에는 몇가지가 있겠는가?

그가운데서 추를 가장 적게 쓰는 방법은 어느것인가?

1g짜리 추를 둘씩 모아 2g짜리 추로 바꾸고 2g짜리 추 2개를 4g짜리 추 1개로 바꾸고 4g짜리 추 2개를 8g짜리 추 1개로 바꾸는것을 한 단위가 둘 모일 때마다 다음의 큰 단위로 올리는것으로 볼수 있다.

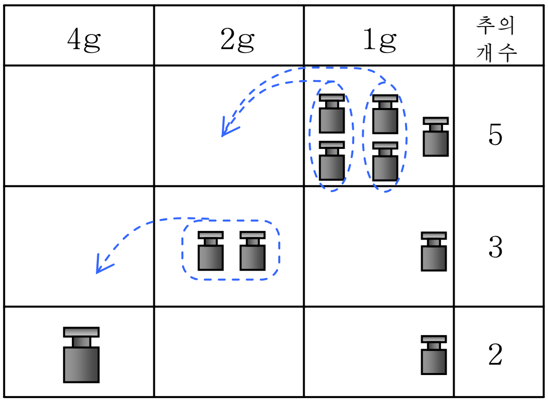
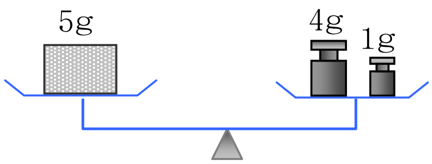


그림 9－4



$5=1\cdot 2^2+0\cdot 2+1$

그림 9－5

이와 같이 수의 자리별 단위를 1, 2^1, 2^2, 2^3, …로 보고 우의 수를 적으면 다음과 같다.

2^2	2^1	1	… … … 단위
1	0	1	… … … 개수

$1\ 0\ 1_{(2)}$ … … … … 2진수

2진법

한 단위가 둘씩 모일 때마다 다음의 큰 단위로 올려서 수를 적는 방법을 **2진법**, 2진법으로 쓴 수를 **2진수**라고 부른다.

$1\cdot2^3+0\cdot2^2+1\cdot2^1+0\cdot1=1010_{(2)}$(읽기 《2진수 일령일령》)

여기서 $_{(2)}$는 2진수라는것을 나타낸것이다.

2진수는 수자 1 또는 0으로 쓴다.

표 1

10진수	2진수
0	$0_{(2)}$
1	$1_{(2)}$
2	$10_{(2)}$
3	$11_{(2)}$
4	$100_{(2)}$
5	$101_{(2)}$
6	$110_{(2)}$
7	$111_{(2)}$
8	$1000_{(2)}$
9	$1001_{(2)}$
10	$1010_{(2)}$

열까지 2진수를 쓰면 표 1과 같다.

2진수에서도 10진수에서처럼 소수를 생각한다.

2진수의 단위들을 차례로 쓰면

$\cdots,\ 2^3,\ 2^2,\ 2,\ 1,\ 2^{-1},\ 2^{-2},\ 2^{-3},\ \cdots$

여기서 $2^{-1}=\dfrac{1}{2},\ 2^{-2}=\dfrac{1}{2^2},\ 2^{-3}=\dfrac{1}{2^3}\ \cdots$

일반적으로

$\dfrac{1}{a^n}=a^{-n}$ ($a\neq0$, n은 자연수)

2진수들은 2의 제곱을 써서 전개할수 있다.

례 $1101_{(2)}=1\cdot2^3+1\cdot2^2+0\cdot2^1+1\cdot1=2^3+2^2+1$

$10.101_{(2)}=1\cdot2^1+0\cdot1+1\cdot2^{-1}+0\cdot2^{-2}+1\cdot2^{-3}$

$0.011_{(2)}=0\cdot2^{-1}+1\cdot2^{-2}+1\cdot2^{-3}$

문 제

1. 다음의 수들에서 매 수자들의 자리의 단위를 말하여라. 그리고 그 수들을 전개하여라.
   1) 1 570, 20 983, 708.105
   2) $101_{(2)}$, $11010_{(2)}$, $101.1101_{(2)}$
2. 다음의 2진수들을 10진수로 고쳐라.
   $10011_{(2)}$, $0.0101_{(2)}$, $1101.00101_{(2)}$
3. 다음 그림은 2진수의 매 자리의 수들을 전등의 불빛으로 나타낸것이다. 전등불이 켜진것은 1을, 꺼진것은 0을 나타낸다면 이 신호는 어떤 2진수를 표시하는가?

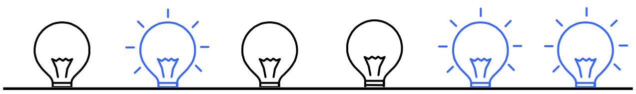


그림 9−6

4. 그림 9−7에서 굵은 선은 전기신호가 그려진 그라프이다. 웃 굵은 선은 1을,

아래 굵은 선은 0을 나타낸다면 이 신호는 어떤 2진수를 표시하겠는가?

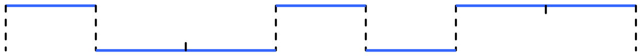


그림 9−7

3. 10진수와 2진수사이의 관계

알아보기 1. 다음 수들의 크기를 비교해보고 □안에 알맞는 기호를 써넣어라.

$$10 \square 10_{(2)}, \quad 101_{(2)} \square 101$$

2. 2진수를 전개식으로 표시하고 두 수를 비교하여라.

$$8 \square 1010_{(2)}$$

10진수와 2진수의 크기를 비교하기 위하여서는 2진수를 10진수로 고치든가 10진수를 2진수로 고쳐야 한다.

콤퓨터는 2진법으로 모든 정보자료들을 기억하고 가공처리한다.

콤퓨터에 10진수를 넣어주면 그것을 2진수로 고쳐서 계산하고 필요한 결과들은 다시 10진수로 고쳐서 내보낸다.

2진수의 전개식을 리용하면 그것을 쉽게 10진수로 고칠수 있다.

례 1 1) $11101_{(2)} = 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2 + 1 \cdot 1$

$= 16 + 8 + 4 + 1 = 29$

2) $101.01_{(2)} = 2^2 + 1 + \dfrac{1}{2^2} = 4 + 1 + \dfrac{1}{4} = 5\dfrac{1}{4} = 5.25$

문 제

2진수를 10진수로 고친 다음 두 수의 크기를 비교하여라.

1) 25와 $11111_{(2)}$ 2) $1100111_{(2)}$와 110

해보기 다음의 수를 그것과 크기가 같으면서 모양이 다른 수들로 고쳐라.

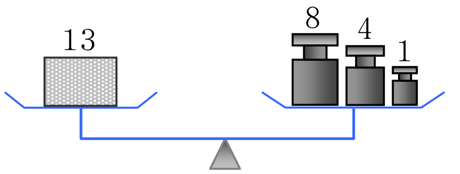
$$0.3, \quad -1.25, \quad 2, \quad 2\frac{1}{4}$$

수를 그것과 크기가 같으면서 모양이 다르게 고치는것을 **수를 변형한다**고 말한다.

분수를 옹근수나 소수로 고치는것, 소수를 분수로 고치는것, 지수형식으로 고치는것 등은 수의 변형이다. 2진수를 10진수로 고치거나 10진수를 2진수로 고치는것도 수의 변형이다.

알아보기 그림 9−8은 1g, 2g, 4g, 8g짜리 추로 13g의 물건을 다는것이다. 그림을 보고 표의 빈칸과 □안에 알맞는 수를 써넣어라.

추	2^3	2^2	2^1	1
개수				



$13=\square\times2^3+\square\times2^2+\square\times2^1+1$

그림 9−8

옹근수 13을 2진수의 단위들로 전개하면

$$13=1\cdot2^3+1\cdot2^2+0\cdot2^1+1\cdot1$$

$$13=1\ 1\ 0\ 1_{(2)}$$

우의 식을 보면서 13을 2진수로 고치는 방법을 생각해보자.

$$13=\boxed{x_3}\boxed{x_2}\boxed{x_1}\boxed{x_0}_{(2)}\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (1)$$

라고 하면 x_3, x_2, x_1, x_0은 2진수를 표시하는 수자이므로 분명히 1 아니면 0이다.

식 (1)을 2진수의 단위들로 전개하면

$$13=x_3\cdot2^3+x_2\cdot2^2+x_1\cdot2^1+x_0\cdot1\ \cdots\ \cdots\ \cdots\ (2)$$

식 (2)의 량변을 2로 나누면

$$\frac{13}{2}=x_3\cdot2^2+x_2\cdot2^1+x_1 \qquad \text{나머지 } x_0$$

한편 $\frac{13}{2}=6$ 나머지 1

따라서

$$x_0=1 \cdots\cdots\cdots \rightarrow x_3\ x_2\ x_1\ 1_{(2)}$$

$$6=x_3\cdot 2^2+x_2\cdot 2^1+x_1 \cdots\cdots\cdots (3)$$

식 (3)의 량변을 또 2로 나누면

$$3 \text{ 나머지 } 0=x_3\cdot 2^1+x_2 \text{ 나머지 } x_1$$

이므로

$$x_1=0 \cdots\cdots\cdots \rightarrow x_3\ x_2\ 0\ 1_{(2)}$$

$$3=x_3\cdot 2^1+x_2 \cdots\cdots\cdots (4)$$

우와 같이 식 (4)의 량변을 2로 나누면

$$x_2=1 \cdots\cdots\cdots \rightarrow x_3\ 1\ 0\ 1_{(2)}$$

$$x_3=1 \cdots\cdots\cdots \rightarrow 1\ 1\ 0\ 1_{(2)}$$

즉 $13=1101_{(2)}$

우의 계산을 묶어 하나의 도식으로 나타낼수 있다.

		나머지
2	13	
2	6	…… 1
2	3	…… 0
	1	…… 1

(↑ 쓰는 차례)

문 제

1. 다음의 수를 2진수로 변형하여라.

   11, 17, 20, 25, 37, 100, 245

2. 다음의 2진수를 10진수로 고쳐라.

   $1111_{(2)}$, $10100_{(2)}$, $1101010_{(2)}$

알아보기 수 0, 1, 2, 3, …, 9를 2진수로 표시하면 각각 몇자리수로 되는가?

10진수를 이루는 매 자리의 수는 수자 0, 1, 2, 3, …, 9가운데 어느 하나이다. 그런데 이 수들을 다음과 같이 네자리 2진수모양으로 쓸수 있다.

$0=0000_{(2)}$, $5=0101_{(2)}$
$1=0001_{(2)}$, $6=0110_{(2)}$
$2=0010_{(2)}$, $7=0111_{(2)}$
$3=0011_{(2)}$, $8=1000_{(2)}$
$4=0100_{(2)}$, $9=1001_{(2)}$

그러므로 10진수의 매 자리의 수를 네자리 2진수로 고쳐쓸수 있다.

례 2

8 → 1000, 7 → 0111, 5 → 0101

1001 0011 0001 → 9 3 1

이와 같이 10진수의 매 자리의 수를 네자리 2진수의 렬로 표시한다면 그것을 10진수로 고치기도 쉽고 또 수자 0, 1로 모든 10진수를 다 쓸수 있게 된다.

문 제

1. 다음 10진수의 매 자리의 수를 네자리 2진수의 렬로 고쳐써라.
   1) 36 2) 235 3) 471 4) 597 5) 2 068
2. 매 자리의 수들이 네자리 2진수렬로 된 다음의 수를 10진수로 표시하여라.
   1) 01101000 2) 001101010111
   3) $(0010)^{0011}$ 4) $(00101001)^{10000011}$

탐구

옹근수에서와 비슷한 방법으로 소수를 2진수소수로 변형할수 있다.

이때 옹근수부가 0이 아니면 주어진 소수를 옹근수부와 소수부로 갈라서 각각 변형한 다음에 결합한다.

례. $35.625=35+0.625$

그런데 $35=100011_{(2)}$, $0.625=0.101_{(2)}$이므로

$$35.625=100011.101_{(2)}$$

소수 0.625를 변형하여 2진수소수 $0.101_{(2)}$를 얻어내는 방법을 찾아내여라. ($0.101_{(2)}$를 자리별단위들로 전개하여놓고 생각하여라.)

알아보기 다음의 계산이 옳은가를 따져보고 그 계산규칙을 설명하여라.

$0_{(2)}+1_{(2)}=1_{(2)}$ $1_{(2)}-0_{(2)}=1_{(2)}$

$1_{(2)}+0_{(2)}=1_{(2)}$ $1_{(2)}-1_{(2)}=0_{(2)}$

$1_{(2)}+1_{(2)}=10_{(2)}$ $10_{(2)}-1_{(2)}=1_{(2)}$

2진수의 더하기(또는 덜기)는 10진수의 더하기(또는 덜기)와 비슷한 방법으로 한다.

례 3 $1101_{(2)}+11010_{(2)}=100111_{(2)}$

$$\begin{array}{r} 1101_{(2)} \\ +\ 11010_{(2)} \\ \hline 100111_{(2)} \end{array}$$

례 4 $101001_{(2)}-10011_{(2)}=10110_{(2)}$

$$\begin{array}{r} 101001_{(2)} \\ -\ 10011_{(2)} \\ \hline 10110_{(2)} \end{array}$$

문 제

1. 다음 2진수의 더하기계산이 옳은가?

$$\begin{array}{r} 101_{(2)} \\ +\ 1001_{(2)} \\ \hline 1110_{(2)} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1011_{(2)} \\ +\ 111_{(2)} \\ \hline 10010_{(2)} \end{array}$$

2. 다음 2진수의 덜기계산이 옳은가?

$$\begin{array}{r} 1001_{(2)} \\ -\ 110_{(2)} \\ \hline 11_{(2)} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1010_{(2)} \\ -\ 101_{(2)} \\ \hline 101_{(2)} \end{array}$$

3. 다음것을 계산하여라.

1) $10010_{(2)}+10110_{(2)}$ 2) $11101_{(2)}+101101_{(2)}$

3) $10101_{(2)}-1011_{(2)}$ 4) $10011_{(2)}-1110_{(2)}$

련습문제

1. 어떤 약속을 하면 아래의 그림을 2진수로 표시할수 있겠는가? 그림에 맞는 2진수를 다 써보아라.

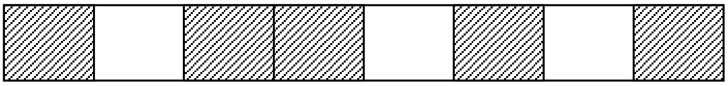


그림 9－9

2. 다음의 수들을 매 자리의 단위로 전개하여라.

1) 5 392, 8 036, 27.034

2) $110110_{(2)}$, $10101010_{(2)}$, $111.0101_{(2)}$

3. 다음의 2진수를 10진수로 변형하여라.

1) $111111_{(2)}$, $10111_{(2)}$, $10000000_{(2)}$

2) $0.1011_{(2)}$, $101.101_{(2)}$, $10.1001_{(2)}$

4. 다음의 10진수를 2진수로 변형하여라.

27, 326, 100 000

5. 다음것을 계산하여라.

1) $11111_{(2)}+1111_{(2)}$　　2) $110011_{(2)}-10110_{(2)}$

3) $110101_{(2)}+111010_{(2)}$　　4) $1110011_{(2)}-10110_{(2)}$

6. 다음의 수를 매 자리의 수가 네자리 2진수렬로 되게 고쳐써라.

825, 309, 741, 2 356.04

7. 매 자리의 수들이 네자리 2진수렬로 된 다음의 수를 10진수로 표시하여라.

10011000, 011001110110, 100010001000

8. 다음의 두 수를 비교하여라.

1) $1101110_{(2)}$과 $1011110_{(2)}$　　2) $1111_{(2)}$과 $11111_{(2)}$

3) $100001_{(2)}$과 $101000_{(2)}$　　4) $10.111_{(2)}$과 $1.0111_{(2)}$

9. 다음의 수들을 비교하여라.

1) 3과 $10_{(2)}$　　2) 29와 $10000_{(2)}$

3) $1111111_{(2)}$과 112　　4) $100100100_{(2)}$과 1003

제2절. 8진법과 16진법

1. 8진법

알아보기 10진법, 2진법에서는 각각 10개, 2개의 서로 다른 수자가 쓰인다. 왜 그런가?

10진법, 2진법과 마찬가지로 8진법에 대해서도 생각할수 있다.

8진법은 한 단위가 여덟개 모일 때마다 그 다음의 큰 단위로 올려서 수를 쓰는 방법이다.

례 1 $3\cdot 8^4+6\cdot 8^3+5\cdot 8^2+0\cdot 8^1+7\cdot 1=36507_{(8)}$

8진법에서는 령부터 일곱까지의 옹근수는 수자 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7로 쓰고 여덟은 두자리수 10으로 쓴다.(표 2)

$$8=10_{(8)}$$

8진수에서의 매 자리의 단위들은 8의 제곱형식으로 쓸수 있다.

$$\cdots,\ 8^3,\ 8^2,\ 8^1,\ 1,\ 8^{-1},\ 8^{-2},\ \cdots$$

8진수를 8의 제곱으로 전개하면 10진수로 쉽게 고칠수 있다.

표 2

10진수	8진수
0	$0_{(8)}$
1	$1_{(8)}$
2	$2_{(8)}$
3	$3_{(8)}$
4	$4_{(8)}$
5	$5_{(8)}$
6	$6_{(8)}$
7	$7_{(8)}$
8	$10_{(8)}$
9	$11_{(8)}$
10	$12_{(8)}$

례 2 $5302_{(8)}=5\cdot 8^3+3\cdot 8^2+0\cdot 8^1+2\cdot 1$

$$=2560+192+2=2754$$

$$3.04_{(8)}=3\cdot 1+0\cdot\frac{1}{8}+4\cdot\frac{1}{8^2}$$

$$=3+\frac{1}{16}=3.0625$$

문 제

1. 20까지 10진수를 차례로 8진수로 써라.
2. 다음의 8진수를 10진수로 변형하여라.

$$75_{(8)},\ 126_{(8)},\ 1000_{(8)},\ 23.24_{(8)}$$

해보기 1. 암산으로 □에 알맞는 수를 써넣어라.

$$86=\square\cdot 8^2+\square\cdot 8^1+6\cdot 1$$

2. 수 86을 8진수로 표시하여라.

10진수를 8진수로 고치는 방법을 2진수에서와 비슷하게 생각할수 있다.

례 3 $86=\cdots x_2 x_1 x_{0(8)}$

라고 하면(여기서 $x_0,\ x_1,\ x_2,\ \cdots$ 은 0부터 7까지의 어느 한 수자이다.)

$$86=\cdots+x_2\cdot 8^2+x_1\cdot 8^1+x_0\cdot 1 \qquad (1)$$

식의 량변을 8로 나누면

$$\frac{86}{8}=(\cdots\ +x_2\cdot 8+x_1)\ \text{나머지}\ x_0$$

$$\frac{86}{8}=10\ \text{나머지}\ 6\text{이므로}$$

$x_0=6$ … … … $x_2x_1 6_{(8)}$

$10=\ \cdots\ +x_2\cdot 8+x_1\cdots$ (2)

식의 량변을 다시 8로 나눈다.

이때 10을 8로 나눈 나머지가 x_1로 된다.

우와 같은 계산을 련이어 하면 x_2, … 도 구할수 있다.

우의 계산과정을 도식으로 보면

```
8| 86          나머지
8| 10 … … 6    ↑        86=126(8)
8|  1 … … 2    |
    0 … … 1    |
```

$86=126_{(8)}$

문 제

1. 11부터 20까지의 10진수를 8진수로 써라.
2. 다음 10진수를 8진수로 변형하여라.

   37, 100, 235, 1 694

2. 2진법과 8진법사이의 관계

알아보기 1. 7까지의 옹근수를 2진수로 표시하여라. 그것들은 몇자리까지의 2진수로 되는가?

2. 7까지의 10진수와 8진수의 2진수표시가 꼭같다고 말할수 있는가?

7까지의 8진수를 세자리 2진수로 쓰면 표 3과 같다.

표 3

8진수	$0_{(8)}$	$1_{(8)}$	$2_{(8)}$	$3_{(8)}$	$4_{(8)}$	$5_{(8)}$	$6_{(8)}$	$7_{(8)}$
2진수	$000_{(2)}$	$001_{(2)}$	$010_{(2)}$	$011_{(2)}$	$100_{(2)}$	$101_{(2)}$	$110_{(2)}$	$111_{(2)}$

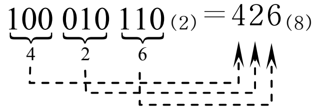
표 3을 리용하여 2진수와 8진수사이의 관계를 고찰하여보자.

례를 들어 10진수 278을 2진수와 8진수로 각각 고쳐써놓고 비교하면

$278=100010110_{(2)}$

$278=426_{(8)}$

즉 $\underbrace{100}_{4}\,\underbrace{010}_{2}\,\underbrace{110}_{6}{}_{(2)}=426_{(8)}$

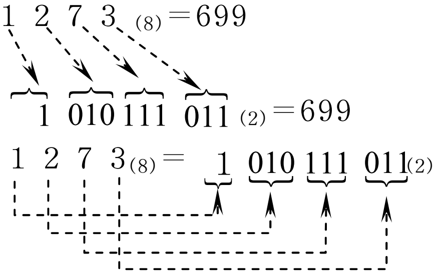


거꾸로 8진수 $1273_{(8)}$과 그것의 매 자리의 수들을 차례차례 세자리 2진수로 바꾸어놓은것을 각각 10진수로 고쳐서 비교하면

$1\ 2\ 7\ 3_{(8)}=699$

$\overbrace{1}\ \overbrace{010}\ \overbrace{111}\ \overbrace{011}{}_{(2)}=699$

즉 $1\ 2\ 7\ 3_{(8)}=\underbrace{1}\ \underbrace{010}\ \underbrace{111}\ \underbrace{011}{}_{(2)}$



8진수를 2진수로 고치려면 8진수의 매 자리의 수를 차례차례 세자리 2진수로 고쳐놓으면 된다.

거꾸로 2진수를 8진수로 고치려면 소수점으로부터 세자리씩 묶고 그 매 세자리 2진수를 각각 8진수로 고쳐놓으면 된다.

례 1 8진수 $70.26_{(8)}$을 2진수로 고쳐라.

$70.26_{(8)}=111000.010110_{(2)}$

례 2 2진수 $1101.0111_{(2)}$를 8진수로 변형하여라.

$1101.0111_{(2)}=\underbrace{001}_{1}\underbrace{101}_{5}.\underbrace{011}_{3}\underbrace{100}_{4}{}_{(2)}$

$=15.34_{(8)}$

문 제

1. 다음의 2진수를 8진수로 변형하여라.

$10000000_{(2)}$, $11011101_{(2)}$, $101010101_{(2)}$, $11111111_{(2)}$, $110.110110_{(2)}$

2. 다음의 8진수를 2진수로 변형하여라.

$555_{(8)}$, $1000_{(8)}$, $1431.46_{(8)}$, $1234.567_{(8)}$

3. 16진법과 기타 진법들

10진법, 2진법, 8진법에서와 같은 방법으로 다른 진법에 대하여서도 생각할수 있다.

례를 들어 16진법은 한 단위가 16개 모일 때마다 다음의 큰 단위로 올려서 수를 쓰는 방법이다.

10진법, 2진법, 8진법, 16진법에서 수 10, 2, 8, 16을 각각 그 **진법의 밑수**라고 부른다.

여러가지 진법으로 쓴 수들을 서로 구별하기 위하여 그 밑수를 밝혀쓴다.

밑수를 밝히지 않은 수는 10진수로 본다.

례 1 $2598_{(10)}=2598$

알아보기 밑수가 10을 넘지 않은 진법에서는 10진법에서 쓰이는 10개의 수자 0, 1, 2, …, 9를 가지고 수들을 다 표시할수 있었다. 그러나 밑수가 10보다 큰 진법에서는 사정이 다르다. 왜 그런가?

16진법에서는 수를 표시하는데 16개의 서로 다른 수자들이 쓰인다. 그러므로 10개의 수자 이외의 부족한 수자들은 다른 글자로 보충하여 리용한다.

16진법에 쓰이는 16개의 수자와 글자들은

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F

이다. 여기에 글자 A로부터 F까지는 10진수에서 10부터 15까지의 수에 맞는것이다.

여러가지 진법으로 표시된 수들을 10진수로 고치거나 10진수를 해당한 진법으로 표시된 수로 고치는 기본방법은 2진수, 8진수에서와 같다.

례 2 다음의 수들을 10진수로 고쳐라.

1) $3021_{(4)}$ 　　　　2) $A90E5_{(16)}$

(풀이) 1) $3021_{(4)}=3\cdot4^3+0\cdot4^2+2\cdot4+1\cdot1$

$=192+8+1=201$

2) $A90E5_{(16)}=A\cdot16^4+9\cdot16^3+0\cdot16^2+E\cdot16^1+5\cdot1$

$=10\cdot16^4+9\cdot16^3+14\cdot16+5$

$=655360+36864+224+5=692453$

례 3 256을 5진수로 고쳐라.

$$
\begin{array}{r|rl}
5 & 256 & \quad \text{나머지} \\ \hline
5 & 51 & \cdots\cdots 1 \\ \hline
5 & 10 & \cdots\cdots 1 \\ \hline
5 & 2 & \cdots\cdots 0 \\ \hline
 & 0 & \cdots\cdots 2
\end{array}
\qquad 256=2011_{(5)}
$$

문 제

1. 1에서 30까지의 10진수를 16진수로 써라.
2. 다음의 수들을 10진수로 고쳐라.

$$4103_{(5)},\ 2070_{(8)},\ AF0C_{(16)}$$

3. 다음의 수를 각각 4진수와 16진수로 고쳐라.

$$38,\ 120,\ 4\,586,\ 79.035$$

해보기 다음의 수들을 네자리 2진수로 표시하여라.

$$1_{(16)},\ 4_{(16)},\ A_{(16)},\ B_{(16)},\ C_{(16)},\ D_{(16)},\ E_{(16)},\ F_{(16)}$$

2진수와 16진수사이의 관계를 2진수와 8진수사이의 관계와 비슷한 방법으로 고찰할수 있다.

2진수를 16진수로 변형하려면 주어진 2진수에서 소수점으로부터 차례로 네자리씩 묶고 그 매 네자리로 된 2진수를 각각 16진수로 고치면 된다. 거꾸로 16진수를 2진수로 변형하려면 16진수의 매 자리의 수들을 네자리 2진수로 차례차례 고쳐놓으면 된다.

례 4

$$\underbrace{10}_{2}\underbrace{1010}_{A}\underbrace{0011}_{3}.\underbrace{0110}_{6}{}_{(2)}=2A3.6_{(16)}$$

$$F7.DB(16)=\underbrace{1111}_{F}\underbrace{0111}_{7}.\underbrace{1101}_{D}\underbrace{1011}_{B}{}_{(2)}$$

문 제

1. 다음 2진수를 16진수로 변형하여라.

$$1111111_{(2)},\ 100000.00001_{(2)},\ 10101010101_{(2)},\ 110101110.01_{(2)}$$

2. 다음 16진수를 2진수로 변형하여라.

$$ABC_{(16)},\ DEF0_{(16)},\ 9075BA.3_{(16)}$$

3. 다음 2진수를 8진수, 16진수로 고쳐라.

$$11011110001_{(2)},\ 1000000000_{(2)}$$

4. 8진수를 16진수로 쉽게 고칠수 있는 방법을 말하여라.

련습문제

1. 다음의 수들을 10진수로 변형하여라.

$$10101010_{(2)},\ 357_{(8)},\ 301201_{(4)},\ ABC_{(16)}$$

2. 다음의 수들을 10진수로 변형하여라.

$$11002_{(5)},\ 613_{(8)},\ 125_{(6)}$$

3. 다음의 수들을 8진수, 16진수로 고쳐라.

45, 956, 3 027, 810.56

4. 다음의 2진수를 8진수와 16진수로 각각 변형하여라.

$$111111_{(2)},\ 100010001000_{(2)},\ 111011101110_{(2)}$$

5. 어떤 수를 4진수로 표시하려면 서로 다른 수자들이 몇개 있으면 되겠는가? 또 7진수로, 12진수로 표시하려면?
6. 제일 큰 다섯자리 5진수, 6진수를 써라. 제일 작은 5진수(정의 옹근수)를 써라.
7. 수 $33317_{(8)}$을 12진수로 변형하여라.
8. 다음의 같기식에 맞는 a, b, c를 구하여라.

$$abc_{(5)}=cba_{(8)}$$

9. 다음 두 수의 크기를 비교하여라.

$101101_{(2)}$과 $230_{(4)}$, $210_{(3)}$과 $110_{(4)}$

복습문제

1. 다음의 수들을 10진수로 변형하여라.

1) $101101110_{(2)}$	2) $21020_{(3)}$	3) $301203_{(4)}$
4) $34075_{(8)}$	5) $13402_{(5)}$	6) $9A8BED_{(16)}$

2. 다음의 10진수들을 2진수, 8진수로 각각 변형하여라.

65, 897, 1 054, 236.7, 456.08

3. 다음의 10진수들을 16진수로 변형하여라.

10 000, 289, 3 746.7

4. 다음의 2진수를 8진수와 16진수로 각각 변형하여라.

1) $111000111000_{(2)}$　　2) $101010101010_{(2)}$

5. 다음의 8진수를 16진수로, 16진수는 8진수로 각각 변형하여라.

1) $45071_{(8)}$ 2) $321456_{(8)}$

3) $8796_{(16)}$ 4) $EDCBA0_{(16)}$

6. 다음의 수들을 비교하여라.

1) $111111111_{(2)}$과 $1206_{(8)}$ 2) $342_{(5)}$와 200

3) $1320_{(4)}$과 $650_{(7)}$ 4) $A0B_{(16)}$와 $54320_{(6)}$

7. 네자리 10진수(정의 옹근수)가 늘 10자리 2진수보다 크겠는가 작겠는가? 같은 경우는 없겠는가?

8. 다음것을 계산하여라.

1) $11001101_{(2)}+10011_{(2)}+1101_{(2)}$

2) $1001011.11_{(2)}+1101.1_{(2)}$

3) $111111_{(2)}+11111_{(2)}+1111_{(2)}+111_{(2)}$

9. 우의 문제에서 2진수들을 10진수로 고친 다음 계산하여라. 그리고 그 결과를 비교하여라.

10. 어떤 자연수를 3진수로 표시하면 세자리수 $abc_{(3)}$이고 4진수로 표시하면 세자리수 $cba_{(4)}$이다. 이 자연수를 구하여라.

찾아보기

각 (83)	Angle	Угол
각기둥 (259)	Prism	Призма
같기식 (186)	Equality	Равенство
다각형 (229)	Polygon	Многоугольник
도형 (70)	Figure	Фигура
방정식 (191)	Equation	Уравнение
부수 (40)	Negative number	Отрицательное число
분수 (109)	Fractional number	Дробное число
4각형 (251)	Quadrangle	Четырёхугольник
3각형 (235)	Triangle	Треугольник
선분 (76)	Line segment	Отрезок
식 (167)	Expression	Выражение
자연수 (5)	Natural number	Натуральное число
정수 (40)	Positive number	Положительное число
제형 (251)	Trapezoid	Трапеция
직선 (73)	Straight line	Прямая линия
최대공통약수 (19)	Greatest common divisor	Общий наибольший делитель
최소공통배수 (20)	Lowest common multiple	Общее наименьшее кратное
축대칭이동 (221)	Axial symmetry transposition	Перенос симметрии относительно оси
평행이동 (214)	Translation	Параллельный перенос
합동 (212)	Congruence	Конгруенция
회전이동 (216)	Transposition of revolution	Перенос вращения
안같기식 (186)	Ineqality	Неравенство
여러마디식 (175)	Polynomial	Многочлен
옹근수 (41)	Interger number	Целое число
유리수 (143)	Rational number	Рациональное число

편 찬 위 원 회

김용진, 김영인, 한성일, 강영백, 리호용,

김창선, 류해동, 조룡휘

총편집 교수 박사 류해동

수 학(제 1 중학교 제 1 학년용)
2 판

집 필 교수 박사 류해동, 교수 박사 서기영, 부교수 김원복, 부교수 남호석, 조룡휘, 부교수 홍성구, 윤두성, 박춘화, 정영춘

심 사 심의위원회

편집 및 콤퓨터편성 최 영 국

장 정 류 명 심

교 정 오혜란

낸 곳 교육도서출판사

인쇄소

1판 발행 주체96(2007)년 1월 20일

2판인쇄 주체99(2010)년 6월 22일

2판 발행 주체99(2010)년 7월 2일

교—10—629

값 원